1 9 9 8 г. **№ 3**

Т р у д ы Ф О Р А

О РАБОТЕ С УЧЕБНИКОМ В.В. МУЛТАНОВСКОГО ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ «ДВИЖЕНИЕ В ЦЕНТРАЛЬНО-СИММЕТРИЧНОМ ПОЛЕ»

В.С. Малых

Адыгейский государственный университет, Майкоп

Проводится критический анализ отдельных параграфов учебника В.В. Мултановского [1], посвященных изучению движения материальной точки в центрально-симметричном поле. Предлагается использовать ошибки и неточности в тексте учебника как средство обучения студентов. Такой подход является составной частью современной методики развивающего обучения, но своими корнями уходит в далекое прошлое. Еще Аристотель указывал, что "следует быть благодарными не только тем философам, которые говорили правильно, но также и тем, которые допустили некоторые ошибки, ибо собирающемуся в путь нужно знать и об уклонениях (от правильного пути)". В настоящее время проблемная (развивающая) методика обучения предусматривает поиск и разрешение противоречий в изучаемом материале [2] и, поскольку ошибки (порой содержательные), зачастую встречающиеся в учебной литературе, представляют собой простейший случай противоречия (между сказанным и действительным), выявление и исправление этих ошибок служат хорошей пропедевтикой развивающего обучения.

В 1988 году издательство "Просвещение" выпустило в качестве учебного пособия для студентов педагогических институтов книгу В.В. Мултановского [1], открывающую его "Курс теоретической физики". В данной статье проведен краткий анализ §15 из главы 1V и §27 из главы V111. Основным содержанием этих параграфов является рассмотрение движения двух материальных точек, взаимодействующих между собой по закону всемирного тяготения. Этот материал используется затем (в дидактическом аспекте) в дальнейшем изложении теоретической физики (теория водородоподобного атома) и наиболее полно в курсе астрономии при изучении основ небесной механики.

Значительная часть материала в пособии В.В. Мултановского предложена в виде примеров, которые не только иллюстрируют общие положения, сформулированные ранее, но порой имеют самостоятельное значение. Иногда на результаты, полученные при рассмотрении этих примеров делаются ссылки в дальнейшем "основном" тексте. Так, формулы, доказанные в примерах 15.4 и 15.5 применяются в параграфе 27.1 (правда, без указания, что они выведены в этих примерах). Примеры набраны мелким шрифтом, что уменьшает геометрические размеры книги и, как сказано в предисловии, представляют собой "дополнительный материал". Ему, на наш взгляд, лучше придать проблемный характер: сформулировать хотя бы часть примеров в виде задач. Но в любом случае этот материал называть дополнительным можно лишь формально, так как по существу для студента владение им **необходимо**.

К изложению задачи двух тел (§15, глава IV).

Следуя традиции, вместо непосредственного исследования движения двух материальных точек m_1 и m_2 вначале изучается одна точка массой

$$m' = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

(приведенная масса), "движущаяся на конце радиус-вектора $\vec{r}$ под действием силового центра в начале координат *Ц* системы" и изображающая движение системы. После этого переходят к реальному движению точек m_1 и m_2.

В основном тексте параграфа все правильно, но в рис. 15.2 (к примеру 15.1) допущена явная ошибка. Мы помещаем здесь этот рисунок с исправленной ошибкой. Студентам при изучении данного раздела можно предложить найти ошибку и исправить ее (разумеется, не в книге!). Это заметно активизирует их работу с учебником.

Интересно, что положение точки m', строго говоря, определяется неоднозначно.

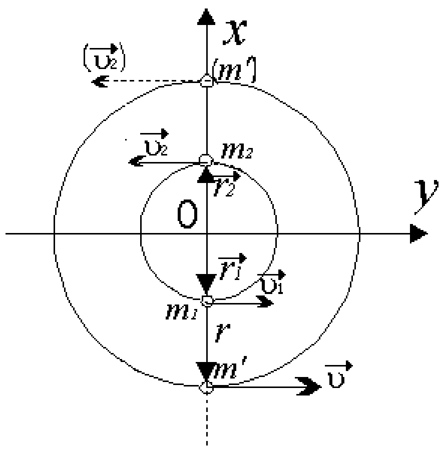

Рис. 1

Если рассматривать $\vec{r}$ как радиус-вектор, определяющий положение точки m_2 относительно системы координат с центром в m_1 (в тексте сделано наоборот), то m' находится вверху - (m'). Таким образом, точка-носитель приведенной массы должна быть либо внизу - m', либо вверху - (m'), но не сбоку, как на рис. 15.2. Непроверенное положение точки m' на рис.15.2 пособия не отразится, конечно, на вычислении энергии и момента импульса системы, но внесёт ошибки в нахождение $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$, $\vec{\upsilon}_1$, $\vec{\upsilon}_2$.

Поучительным является и текст примера 15.1 "Движение тел одинаковой массы". После этого заголовка сразу следует: "Траектория движения изображающей точки есть окружность". Но ведь это только частный случай! У читателя создается впечатление, что этим случаем все и ограничивается. Не особенно исправляет этот дидактический недосмотр, следующий пример 15.2, где окружности "обобщаются" до эллипсов. На самом деле, даже при взаимодействии по закону обратных квадратов, точки могут двигаться также по параболам, гиперболам, прямым, а при других законах - по самым разнообразным траекториям. Проверку понимания этих примеров студентами предлагаем провести с помощью вопросов:

а) Могут ли тела с разными массами, взаимодействующие друг с другом в соответствии с 3-им законом Ньютона, двигаться вокруг их общего центра масс по окружностям?

б) Могут ли тела равных масс, взаимодействующие друг с другом посредством центральных сил, двигаться по гиперболам, циклоидам и пр.?

И, наконец, в заключающем параграф утверждении "...через нее (приведенную массу) выражаются и основные динамические параметры системы - энергия, импульс, момент импульса," студентам предлагаем исключить лишнее слово. Ответ: здесь лишним является слово - "импульс", т.к. суммарный импульс точек m_1 и m_2 в *Ц* - системе для любого момента времени равен нулю, а импульс изображающей точки отличен от нуля. Тот факт, что ноль можно выразить через любое число вычитанием этого числа из самого себя, умножением себя на ноль и пр. не имеет здесь решительно никакого смысла.

К изложению кеплеровой задачи (§27, глава VIII).

Традиционным методом получают интегральное уравнение траектории движения изображающей точки в полярных координатах:

$$\varphi = \int \frac{L / r^2}{\sqrt{2m'[E - L^2/(2m'r^2) - U(r)]}} dr \quad {}^{*)} \qquad (1)^1$$

для произвольного вида функции $U(r)$. Исследуя дальше частный случай:

$$\vec{F} = -G\frac{mM}{r^3}\vec{r} \quad , \quad \left(U(r) = -\frac{GmM}{r} \right)$$

вместо того, чтобы сразу взять интеграл (1) (как это сделано, например, в [3, с.117]) и получить искомое уравнение кривой второго порядка, идут окольным путем, составляя лагранжиан и получая из одного уравнения Лагранжа интеграл площадей, а из второго - дифференциальное уравнение второго порядка, которое только в результате довольно громоздкого решения приводит к искомому. Прием решения дифференциального уравнения применяется затем в примерах 27.2 и 27.6, но изложение от этого не делается короче, т.к. и указанные примеры можно решить проще (см., например, [4, с.312-313], где решен пример 27.2). Тем не менее, знакомство еще с одним способом (хотя более длинным) решения задачи для студентов считаем не-

[1] В тексте пособия это уравнение (27.8) содержит опечатку и имеет несколько другой вид.

бесполезным. Настораживает лишь обилие без нужды вводимых постоянных: $\gamma=GM$, которую автор называет гауссовой постоянной, но которая, собственно, постоянной не является, т.к. M- это сначала масса Солнца, потом (пример 27.4) M- это масса Земли (заметим, кстати, что в астрономии иногда употребляют величину, которая называется гауссовой постоянной, но которая определяется как квадратный корень из гравитационной постоянной [5, с.122]); $k=m/m'$; $\gamma_п$; $\gamma_с$; С. Это скорее сбивает читателя с толку, чем облегчает ему усвоение текста. Помочь студенту подбором соответствующих дидактических заданий здесь трудно, но есть информация к размышлению для начинающих преподавателей.

Большую пользу обучающимся приносит анализ примера 27.4, в котором утверждается:"...первая космическая скорость есть также скорость, которую необходимо сообщить телу на поверхности Земли под некоторым углом к ней, чтобы оно покинуло поверхность Земли". Обычно при первом чтении студенты с этим согласны, считая и такое определение первой космической скорости верным.

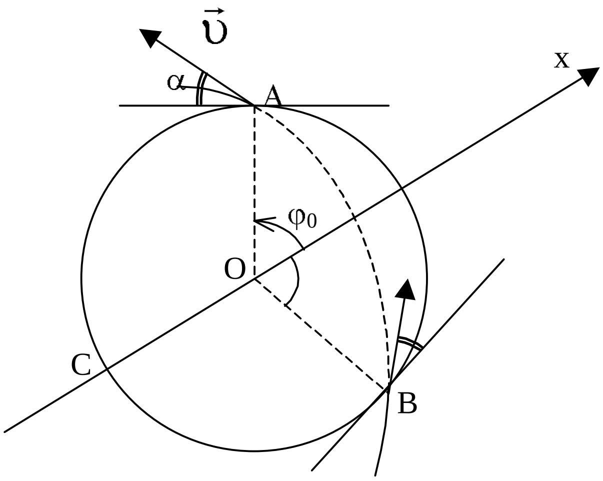

Рис. 2

Для опровержения утверждения достаточно сделать рисунок. Тело, брошенное из точки А со скоростью υ, меньшей, чем параболическая (или 2-я космическая), будет двигаться по дуге эллипса, в одном из фокусов которого находится центр Земли 0. Эллипс- кривая замкнутая, значит, тело через некоторое время снова должно пройти точку А с той же скоростью $\vec{\upsilon}$. Из рис.2 видим ,что этого не произойдёт, так как где-то раньше (в точке В) тело столкнется с Землей. Это рассуждение справедливо и для скорости υ, равной 1-й космической, т.к. последняя меньше параболической. Значит, при этом тело также не минет поверхности Земли.

В связи с этим студентам полезно предложить следующие задачи:

Задача 1. Тело брошено с поверхности Земли под углом α к горизонту со скоростью, равной 1-й космической скорости. Найти дальность полета.

Задача 2. Тело можно бросать с поверхности Земли под углом α к горизонту с любой по модулю скоростью. Найти максимальную дальность полета.

Обе задачи легко решаются с помощью уравнения траектории в полярных координатах. Пусть ось 0Х направлена в перигей. Тогда уравнение соответствующего эллипса имеет вид: $r=p/(1+e\cos\varphi)$. В точке А: $\varphi=\varphi_0$, $r=R$ (радиус Земли). Зная фокальный параметр p и эксцентриситет e, можно определить $\cos\varphi_0$. Значения p и e находим по известным формулам [3, форм. 19.6][2]. Элементарные расчеты дают:

В задаче 1 - $\varphi_0=\frac{\pi}{2}+\alpha$, дальность полета (длина дуги АСВ) равна $R(\pi-2\alpha)$;

[2] Формулы 19.6 из [3] имеют вид: $P=\frac{L^2}{\mu\alpha}$, $e=\sqrt{1+\frac{2EL^2}{\mu\alpha^2}}$, где μ - приведённая масса, α - коэффициент в формуле потенциальной энергии $U(r)=-\frac{\alpha}{r}$. К сожалению, соответствующие формулы из [1]: $P=\frac{C^2}{k\gamma}$, $e=\frac{AC^2}{k\gamma}$ здесь бесполезны, т.к. там (с. 232) не объясняется как получить А (констатируется лишь, что "А определяется полной энергией Е").

В задаче 2 - соответственно- $\varphi_0=2\alpha$, дальность полета-. $2R(\pi-2\alpha)$.

В задаче 2 поучительно проследить как при увеличении скорости бросания апогей орбиты удаляется в бесконечность: эллипс вырождается в параболу.

Укажем ещё несколько неточностей, которые можно использовать для стимулирования самостоятельной работы студентов с текстом учебника

1.) Рис. 27.4, на который ссылаются в тексте примера 27.6 и часть самого текста (2 верхние строчки на стр. 238) относятся на самом деле к примеру 27.3).

2). Слишком беззаботно указан фокус параболы на рис. 27.5. Он должен быть **гораздо** ближе к вершине параболы, так как там находится перицентр (ближайшая к центральному телу точка орбиты).

3) В тексте к рис. 27.5 вместо "...скорость изменяется... до нуля при $\varphi=\pi$ " следует писать: $\upsilon\to 0$ при $\varphi\to\pi$ *(значение* $\varphi=\pi$ здесь никогда не достигается).

4) Неверным является последнее утверждение примера 27.6: "При гиперболической траектории $\varphi=\pi$...". Этого не может быть, т.к. при $\varphi=\pi$, $r=p/(1+e\cos\varphi)$ для $e>1$ получилось бы отрицательным! Правильный вариант может иметь такой вид: "Если траектория гиперболическая, то при $\varphi \to \arccos\left(-\frac{1}{e}\right)$ *тело удаляется в бесконечность, а скорость стремится к некоторому пределу* $v_\infty\neq 0$."

5) $U(r)$ называют то потенциальной энергией (с.228), то потенциалом (с.229);

6). Для видов движений на с.232 надо внести уточнение: 3. Если $U_{emin}<E_3<0$,... и исправление: 4 Если $E_4=U_{emin}$ (вместо "Если $E_4<0$");

7). Бросается в глаза небрежность на рис. 27.2;

8). Ясно, что кривая на рис. 27.3 - фальшивка, так как график функции $U_e = kr^2/2 + mC^2/2r^2$ не может быть столь похожим на параболу.

Поиск остальных неточностей (опечаток) можно поручить студентам. В этом отношении пособие открывает перед преподавателями неплохие дидактические возможности, т.к. студенты, работающие с ним по предложенной системе, наиболее эффективным образом приучаются самостоятельно и правильно (!) мыслить.

Литература

1. *Мултановский. В.В.* Курс теоретической физики. Классическая механика. Основы специальной теории относительности. Релятивистская механика.- М.: Просвещение, 1988.
2. Методические указания по проблемному обучению в вузе/ Г.А. Атанов.-Донецк: ДонГУ, 1985.
3. *Жирнов. Н.И.* Классическая механика.- М.: Просвещение, 1980.
4. *Сивухин. Д.В.* Общий курс физики, т. 1. Механика.-М.: Наука, 1989.
5. *Воронцов-Вельяминов. Б.А.* Сборник задач и практических упражнений по астрономии.-М.: Наука, 1977.

The theme “The movement in a central force field” in V.V. Multanovsky books “A course of theoretical physics”

V.S. Malykh

In the article the author presents the analysis of some paragraphs from Multanovsky text book, which are devoted to studying the movement of material point a central force field. The author suggests to use the mistakes existing in the text as the way of training the students. This method is a constituent part of modern methods of developing training.

