

## УСЛОВИЯ ГРУБОСТИ И ПЕРВОЙ СТЕПЕНИ НЕГРУБОСТИ ОСОБОЙ ТОЧКИ РАЗРЫВНОЙ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Д.К. Мамий

Адыгейский государственный университет, Майкоп

В работе получены условия грубости и первой степени негрубости особой точки разрывной системы дифференциальных уравнений.

Рассмотрим дифференциальное уравнение

$$\ddot{x} = f(x, \dot{x}), \quad (1)$$

где  $f$  - функция, определенная в конечной области  $G \subset \mathbb{R}^2$ , разделяемой гладкой кривой  $\gamma$  конечной длины на две области  $G_1$  и  $G_2$ , принадлежащая в каждой из них классу  $C^k$ ,  $k \geq 1$  вплоть до  $\gamma$ .

Уравнению (1) соответствует система дифференциальных уравнений в области  $G$ :

$$\dot{x} = y \quad (2)$$

$$\dot{y} = f(x, y), \text{ где } f(x, y) = f_i(x, y), \text{ при } (x, y) \in G_i, i = 1, 2$$

Пусть  $V_i$  гладкое векторное поле, определяемое системой (2) в каждой из областей  $G_i$ ,  $O(x_0, y_0)$  - особая точка системы (2), лежащая на линии разрыва  $\gamma$  и линия разрыва задана уравнением  $\Psi(x, y) = 0$ .

Свойства грубости систем вида (2) имеет смысл рассматривать относительно возмущений в метрическом пространстве систем с метрикой

$$\rho_k(F, \tilde{F}) = \max_{i=1,2} \|f_i(x, y) - \tilde{f}_i(x, y)\|_k, \text{ где } \|\cdot\|_k - \text{норма в } C^k,$$

то есть возмущений, не меняющих первое уравнение системы (2). При этом вид первого уравнения системы влияет на то, что характер особых точек, лежащих на линии разрыва, их грубость, зависят от их расположения относительно прямой  $y = 0$ . В данной работе рассматривается случай, когда особая точка не лежит на прямой  $y = 0$ .

Определим на линии разрыва следующие две функции  $\varphi_i = L_{V_i} \Psi|_{\gamma}$ ,  $i = 1, 2$ ,

где  $L_{V_i}$  - производная по направлению векторного поля  $V_i$

**Теорема 1** Особая точка  $O(x_0, y_0)$ ,  $y_0 \neq 0$  системы (2) является грубой тогда и только тогда, когда  $x_0$  является грубым нулем одной из функций  $\varphi_1$  или  $\varphi_2$  и не является нулем другой

**Теорема 2** Особая точка  $O(x_0, y_0)$ ,  $y_0 \neq 0$  системы (2) имеет первую степень негрубости тогда и только тогда, когда выполняется одно из следующих двух условий:

- 1)  $x_0$  является нулем кратности 2 одной из функций  $\varphi_i$  и не является нулем другой.
- 2)  $x_0$  грубый нуль каждой из функций  $\varphi_i$ ,  $i = 1, 2$

## The conditions of structural stability and first order structural instability for the singular point of a discontinuous system of differential equations

D.K. Mami

The author dwells upon the autonomous two-dimensional system of differential equations determined by the second-order differential equation with discontinuous right-hand side. The conditions of structural stability and first order structural instability for the singular point of such a systems are given.