1996 г. **№ 1**

Труды ФОРА

О НЕКОЛЕБЛЕМОСТИ РЕШЕНИЙ ОДНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ

Дж. Д. Мирзов

Адыгейский государственный университет, Майкоп

Для одной нелинейной дифференциальной системы типа Эмдена-Фаулера приведено достаточное условие неколеблемости всех нетривиалных решений.

Рассмотрим систему

$$U_i' = (-1)^{i-1} a_i(t) |U_{3-i}|^{\lambda_i} \operatorname{sign} U_{3-i} \quad (i = 1,2), \tag{1}$$

где $a_i \; :[0,+\infty) \to (0,+\infty)$ $(i = 1,2)$ - локально абсолютно непрерывные функции и $\lambda_i > 0$ $(i = 1,2)$.

Теорема. *Пусть для некоторого* $k \in \{1,2\}$

$$\int^{+\infty} a_k(t)dt = +\infty, \quad \int^{+\infty} a_{3-k}(t)dt < +\infty, \tag{2}$$

$1 - \varepsilon\lambda_k(1 + \lambda_k) < \lambda_1\lambda_2$ *и функция*

$$A_k(t) = \frac{a_{3-k(t)}}{a_{k(t)}} \left(\int_0^t a_k(\tau)d\tau \right)^{\frac{\lambda_1+\lambda_2+2}{1+\lambda_k}+\varepsilon}, \tag{3}$$

где ε *-некоторое положительное число, не возрастает при больших значениях t. Тогда любое нетривиальные решение системы (1) является неколеблющимся.*

Доказательство. Если $\lambda_1\lambda_2 > 1$, то теорема доказана в [1]. При $\lambda_1\lambda_2 = 1$ из (3) имеем

$$a_{3-k}(t) \le A_k(t_0) a_k(t) \left(\int_0^t a_k(\tau)d\tau \right)^{-1-\lambda_{3-k}-\varepsilon} \tag{4}$$

при $t \ge t_0$, где t_0 -достаточно большое число. Теперь рассмотрим систему

$$\begin{cases} U_k' = a_k(t) |U_{3-k}|^{\lambda_k} \operatorname{sign} U_{3-k} \\ U_{3-k}' = -(1+\lambda_k)^{-1-\lambda_{3-k}} a_k(t) \left(\int_0^t a_k(\tau)d\tau \right)^{-1-\lambda_{3-k}} |U_k|^{\lambda_{3-k}} \operatorname{sign} U_k \end{cases}$$

Эта система имеет неколеблющееся решение

$$U_k(t) = \left(\int_0^t a_k(\tau)d\tau \right)^{\frac{1}{1+\lambda_k}}, U_{3-k}(t) = (1+\lambda_k)^{-\lambda_{3-k}} \left(\int_0^t a_k(\tau)d\tau \right)^{-\frac{1}{1+\lambda_k}},$$

поэтому ввиду (4) по теореме 10.1 из [2] все нетривиальные решения системы (1) являются неколеблющимися.

Остается рассмотреть случай, когда

$$1 - \varepsilon\lambda_k(1+\lambda_k) < \lambda_1\lambda_2 < 1. \tag{5}$$

Убедимся, что наше утверждение вытекает из теоремы 14.1 работы [2]. Для этого, поскольку функция $\dfrac{a_{3-k}(t)}{a_k(t)}$ убывает при больших значениях t, достаточно показать, что

$$\int^{+\infty} a_k(t)\left(\int_t^{+\infty} a_{3-k}(\tau)d\tau\right)^{\lambda_k} dt < +\infty. \tag{6}$$

Из (3) получаем

$$a_{3-k}(t) \le A_k(t_0)a_k(t)\left(\int_0^t a_k(\tau)d\tau\right)^{-\frac{\lambda_1+\lambda_2+2}{1+\lambda_k}-\varepsilon}$$

при $t \ge t_0$, где t_0 - достаточно большое число. Следовательно, ввиду (2), справедливо неравенство

$$\int_t^{+\infty} a_{3-k}(\tau)d\tau \le A_k(t_0)\left(\frac{1+\lambda_{3-k}}{1+\lambda_k}+\varepsilon\right)^{-1}\left(\int_0^t a_k(\tau)d\tau\right)^{-\frac{1+\lambda_{3-k}}{1+\lambda_k}-\varepsilon}$$

при $t \ge t_0$. Поэтому в силу (5) имеет место (6). Теорема доказана.

Литература

1. *Схаляхо Ч.А.* О неколеблемости решений одной системы двух дифференциальных уравнений // *Čas. pěst. mat.* - 1982.- T.107. N 2.- S.139-142.
2. *Мирзов Дж. Д.* Асимптотические свойства решений систем нелинейных неавтономных обыкновенных дифференциальных уравнений. - Майкоп: Адыг. кн. изд-во, 1993.

On nonoscillatory solutions for a single nonlinear system

J.D. Mirzov

Sufficient conditions for nonoscillatory of all nontrivial solutions for a single nonlinear differential system of an Emden-Fawler type are obtained.

