1996 г. **№ 1**

Труды ФОРА

ОБ ОСЦИЛЛЯЦИОННЫХ СВОЙСТВАХ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Дж. Д. Мирзов

Адыгейский государственный университет, Майкоп

Приводятся достаточные условия колеблемости всех решений одного нелинейного дифференциального уравнения в гильбертовом пространстве.

Рассмотрим в вещественном гильбертовом пространстве H (в частности, R^n) нелинейное дифференциальное уравнение вида

$$x' = f(t,x) \tag{1}$$

где функция $f:[0,+\infty)\times H \to H$ непрерывна.

Известно, что при переходе к бесконечномерным пространствам теорема Пеано существования решения дифференциального уравнения (1) с непрерывной правой частью теряет свою силу. Контрпримеры для банахова пространства построены Н.Бурбаки (см. [1], с. 229) и для гильбертова пространства - А.Н. Годуновым [2].

Не ограничивая себя какими - либо дополнительными условиями, будем предполагать,что уравнение (1) имеет решения, заданные в некоторой окрестности $+\infty$.

Нас будут интересовать вопросы, связанные с поведением решений уравнения (1) при $t\to+\infty$.

Теорема 1. *Пусть для некоторых линейно независимых элементов* $h_i \in H$ $(i=1,2)$ *в области* $[0,+\infty)\times H$ *соблюдаются неравенства*

$$(-1)^{i-1}\langle h_i, f(t,x)\rangle sign\langle h_{3-i}, x\rangle \ge a_i(t)\left|\langle h_{3-i}, x\rangle\right|^{\lambda_i} \quad (i=1,2) \tag{2}$$

где $\lambda_i > 0 (i=1,2)$, $\lambda_1\lambda_2 < 1$, *функции* $a_i(t) \ge 0 (i=1,2)$ *непрерывны на* $[0,+\infty)$ *и* <•,•> - *скалярное произведение. Пусть, далее, для некоторого* $k\in\{1,2\}$

$$\int^{+\infty} a_k(t)dt = +\infty, \int^{+\infty} a_{3-k}(t)dt < +\infty. \tag{3}$$

Тогда для колеблемости функций $\langle h_1, x(t)\rangle$ *и* $\langle h_2, x(t)\rangle$, *где* $x(t)$ *- любое решение уравнения* (1), *заданное в некоторой окрестности* $+\infty$, *достаточно, чтобы*

$$\int^{+\infty} a_{3-k}(t)\left(\int_0^t a_k(\tau)d\tau\right)^{\lambda_{3-k}} dt = +\infty.$$

Теорема 2. *Пусть соблюдаются неравенства* (2), *где* $\lambda_i > 0 (i=1,2), \lambda_1\lambda_2 > 1, a_i(t) \ge 0 (i=1,2)$ *и непрерывны на* $[0,+\infty)$. *Пусть, далее, имеет место* (3). *Тогда для колеблемости функций* $\langle h_1, x(t)\rangle$ *и* $\langle h_2, x(t)\rangle$, *где* $x(t)$ *- любое решение уравнения* (1), *заданное в некоторой окрестности* $+\infty$, *достаточно, чтобы*

$$\int^{+\infty} a_k(t)\left(\int_t^{+\infty} a_{3-k}(\tau)d\tau\right)^{\lambda_k} dt = +\infty.$$

Замечание. Из сформулированных утверждений вытекает теорема 6.6' из [3].

Теорема 3. *Пусть, соблюдаются неравенства* (2), *где* $\lambda_i > 0 (i=1,2), \lambda_1\lambda_2 = 1, a_i(t) \ge 0 (i=1,2)$ *и непрерывны на* $[0,+\infty)$. *Пусть далее, имеет место*

(3). *Тогда для колеблемости функций* $\langle h_1, x(t)\rangle$ *и* $\langle h_2, x(t)\rangle$, *где* $x(t)$ *- любое решение уравнения* (1), *заданное в некоторой окрестности* $+\infty$, *достаточно, чтобы*

$$\int^{+\infty}\left[a_{3-k}(t)\left(\int_0^t a_k(\tau)d\tau\right)^{\lambda_{3-k}} - (1+\lambda_k)^{-1-\lambda_{3-k}} a_k(t)\left(\int_0^t a_k(\tau)d\tau\right)^{-1}\right]dt = +\infty .$$

Литература

1. *Бурбаки Н.* Функции действительного переменного. - М.: Наука, 1965. - 424 с.
2. *Годунов А.Н.* Контрпример к теореме Пеано в бесконечномерном пространстве // Вестник Моск. ун-та. Сер. мат. и мех. - 1972, N 5, с.31 - 34.
3. *Мирзов Дж. Д.* Асимптотические свойства решений систем нелинейных неавтономных обыкновенных дифференциальных уравнений. - Майкоп: Адыг. кн. изд-во, 1993.- 132 с.

On oscillatory of solutions of a nonlinear differential equations

J.D. Mirzov

The paper dwells upon the sufficient conditions for oscillatory of all solutions for a single nonlinear defferential equation in Hilbert space.

