

СТОХАСТИЧЕСКОЕ КВАЗИЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ В ЗАДАЧАХ ОПТИМИЗАЦИИ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОГО ПРОИЗВОДСТВА

А.И. Куев, Н.А. Кушу, Р.Х. Урусов

Майкопский государственный технологический институт, г. Майкоп

На основе квазилинейного программирования рассматриваются новые постановки и решения задач оптимизации структуры сельскохозяйственного производства в условиях рыночных отношений.

Введение

Рыночная ориентация аграрного сектора все больше требует от хозяйственных руководителей умения видеть перспективы, принимать эффективные стратегические управленческие решения в сложившихся рискованных условиях хозяйствования. Более того, продолжающийся аграрный кризис, слабая государственная поддержка, рост нестабильности условий предпринимательской деятельности, специфические особенности самого сельского хозяйства объективно требуют учета факторов неопределенности в предпринимательской деятельности на селе.

Атмосфера неопределенности всегда окружала и будет окружать сельское хозяйство, особенно когда это касается цен и погоды. Следует иметь в виду, что в условиях неопределенности, которая характерна для современного рыночного хозяйства, невозможно сбалансировать нормы выработки продукции с ценами на эту продукцию так, чтобы с достаточной для практики точностью получить желательный для производителя оптимум (максимум) прибыли. В аграрном секторе реальный результат деятельности, то есть ее полезный эффект, зачастую в принципе не способен становиться непосредственным объектом рыночной сделки, так как формируется после ее совершения. Нередко вместо покупки ранее произведенного продукта имеет место соглашение о предстоящей, подчас длительной (полгода) работе, конечные результаты которой не всегда могут быть априорно фиксированы. (Например, много организаций разорились, взяв на себя кредитные обязательства под новый урожай). Это обстоятельство не слишком существенно, когда ожидаемый результат в высокой степени предсказуем, стандартен и измерим. Но чем больше элементы неопределенности и индивидуализации, тем меньше способность и производителя и потребителя эффективно действовать в качестве рыночных агентов. Объективно возникает потребность в полной или частичной увязке финансирования не с результатами, а с параметрами самой деятельности, в создании определенных гарантий для ее бесперебойного продолжения.

Для строгого исследования процессов снятия неопределенности оптимальным является применение экономико-математического аппарата.

Американские исследователи бизнеса предлагают к рассмотрению четыре уровня неопределенности:

- достаточно точно прогнозируемое будущее;
- альтернативные варианты будущего;
- диапазон возможных вариантов будущего;
- полная непредсказуемость.

В первом случае, когда будущее достаточно точно прогнозируемо, мы применяем традиционную модель разработки стратегии.

Полная непредсказуемость встречается крайне редко и бывает непродолжительной.

В настоящее время для нашей страны наиболее характерными являются второй и третий уровни неопределенности, которые сменяют друг друга в зависимости от ситуации.

Каждому уровню соответствует своя модель разработки стратегии. Выбор той или иной модели диктуется степенью неопределенности вероятного будущего. Для второго и третьего уровней эти

модели будут схожими. В данном случае разработку стратегии необходимо начать с исследований рынка и описания вариантов развития событий (сценарного планирования).

Второй уровень неопределенности – «альтернативные варианты будущего» предполагает разработку ряда обособленных сценариев. Выбор того или иного сценария связан с ключевыми факторами неопределенности, остающейся после сбора всей доступной информации. Этот выбор зависит от вероятности того или иного результата, который сложно просчитать с помощью аналитических методов.

Высокая степень неопределенности обуславливает слабую формализуемость процессов взаимодействия элементов регионального АПК с другими составляющими социально-экономической системы. Учет всех свойств регионального АПК возможен на основе его декомпозиции по отраслям как сложной системы.

Формализация процесса принятия управленческого решения позволяет в значительной степени облегчить работу экспертов, повысить эффективность производства. При этом осуществляется согласование экономических показателей основных участников регионального АПК с целью наилучшего использования ресурсов, достижения оптимальных пропорций сельскохозяйственного производства. Основным элементом в системе управления выступает планирование [1]. Процесс разработки плана развития производства осуществляется путем принятия последовательных управляющих решений. При этом важную роль здесь играет так называемая многоступенчатая система моделей оптимизации.

В данной работе мы получим расширение задачи квазилинейного программирования на область учета неопределенности.

Генезис и развитие оптимизационных экономико-математических моделей

Впервые идея математической формализации оптимального планирования народного хозяйства была сформулирована известным советским ученым Л.В.Канторовичем в работе [2]. В ней впервые был выделен широкий класс задач производственного планирования и предложен оригинальный метод решения, названный Л.В. Канторовичем “методом разрешающих множителей”. “Разрешающие множители”, называемые в наше время “объективно-обусловленные оценки” играют важную роль в современной экономической науке. Они имеют, как правило, конкретный смысл. Оценки продуктов в зависимости от функционирования имеют стоимостной характер и характеризуют производственные затраты или ценность единицы данного продукта. Если оценки относятся к трудовым ресурсам, то они характеризуют производственную эффективность труда в данных условиях стоимостном выражении. В случае анализа таких факторов как земельные и водные ресурсы оценки показывают тот эффект, который может быть получен от использования дополнительной единицы ресурса в данных условиях. Количественно они выражают величину снижения приведенных затрат при увеличении количества ресурса на единицу. Двойственные оценки продуктов отражают предельное приращение затрат при дополнительном производстве единицы продукции.

В дальнейшем идея Л.В. Канторовича была расширена и дополнена группой американских ученых под руководством Дж. Данцига и превратилась в стройную математическую теорию, названную впоследствии линейным программированием. Ее развитие получило многостороннее развитие в трудах отечественных и зарубежных ученых, математиков и экономистов, нашло свое достойное применение в различных областях науки, техники и производства. Она вошла в вузовские учебники и стала необходимым инструментом экономических исследований [см. 4,5 и цитированные в них литературные источники]. В настоящее время эту область математики называют теорией оптимизации, она включает в себя не только решение задач линейного и нелинейного программирования, но и задачи динамического и стохастического программирования.

Одним из относительно новых методов моделирования, развивающим теорию оптимизации, хорошо зарекомендовавшим себя, является метод квазилинейного программирования, впервые математически сформулированный Булавским В.А. [3], в дальнейшем развитый и получивший экономическое наполнение в работах Куева А.И. в применении как к конкретным отраслям (сельское хозяйство, птицеводство, животноводство), так и в целом к региональному АПК [4].

Метод квазилинейного программирования реализован таким образом, что экономико-математическая модель настроена на корректировку параметров линейной модели с помощью введения так называемой функции релаксации. Корректировка параметров линейной модели связана с необходимостью рационального использования ресурсов предприятия, их сбалансированности.

В результате модель становится равновесной, она учитывает обратную связь, то есть выбор оптимального решения и коэффициентов целевой функции, а также параметров правых частей задачи линейного программирования.

Равновесная модель оптимизации структуры производства сельскохозяйственного предприятия может быть представлена в виде (и фактически сводится к поиску значений переменных x_i, y_i)

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \min, \\ & \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, i = \overline{1, m_0}, x_j \geq 0, j = \overline{1, n}; \\ & \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, i = \overline{m_0 + 1, m_1}, x_j \geq 0, j = \overline{1, n}; \\ & y_i \text{ sign } b_i \leq 0, i = \overline{m_0 + 1, m_1}; \\ & y_i \text{ sign } b_i \geq 0, i = \overline{1, m_0}, i = \overline{m_1 + 1, m}; \\ & \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i^0 - \beta_i(x_j, y_i), i = \overline{m_1 + 1, m}; \\ & \sum_{i=1}^m a_{ij} y_j \leq c_j^0 + \gamma_i(x_j, y_i), j = \overline{1, n}; \\ & \sum_{i=1}^{m_1} b_i y_i + \sum_{i=m_1+1}^m y_i (b_i^0 - \beta_i(x_j, y_i)) = \sum_{j=1}^n (c_j^0 + \gamma_i(x_j, y_i)) x_j. \end{aligned}$$

Здесь c_j – производственные затраты в расчете на j -ю переменную,

x_j – переменная, означающая площадь богарных земель, размер животноводческой отрасли, различные виды кормов, объем водных ресурсов и т.п.,

a_{ij} – нормы расхода поливной воды (нормы питания для животных и т.п) на i – й период для j культуры, нормативные затраты ресурсов ($i = \overline{1, m_0}$) и выход продукции с единицы площади или от одной головы определенного вида скота ($i = \overline{m_1 + 1, m}$) и прочие ($i = \overline{m_0 + 1, m_1}$),

b_i – объем i – го вида ресурсов ($i = \overline{1, m_0}$) и прочие ($i = \overline{m_0 + 1, m_1}$),

y_i – решение двойственной задачи линейного программирования,

b_i^0 – начальные значения объемных показателей производства продукции,

c_j^0 – производственные затраты на единицу продукции,

$\beta_i(x_j, y_i)$ и $\gamma_i(x_j, y_i)$ – функции релаксации, характеризующие направление корректировок параметров на основе решения задачи линейного программирования. Методика их построения подробно рассмотрена в [(§2.4 С. 62)]. Как показано в [4] для экономических задач они имеют вид дробно-рациональных функций.

Многоцелевая задача оптимизации по схеме квазилинейного программирования, примененная к сельскохозяйственным предприятиям, сводится к поиску такой производственной структуры сельскохозяйственного производства, при которой достигается минимум совокупных затрат и максимум производства и сбыта продукции растениеводства и животноводства. При этом в качестве оптимального объема производства некоторого вида продукции принимается такой уровень, при котором достигается максимальная прибыль от его реализации. В качестве ограничений задачи выступают ресурсы, такие как трудовые, земельные, водные и т.п. Среди ограниченных природных ресурсов, используемых в сельском хозяйстве, главным является земля. В качестве показателя эффективности использования земельных ресурсов принимается объем выхода конкретной продукции с единицы площади.

При оценке в целом по хозяйству эффективность рассматривается как стоимость валовой продукции на всю площадь.

Как известно наиболее корректно анализ задач линейного программирования осуществляется с помощью двойственных оценок. Значения двойственных оценок показывают, насколько изменяется значение целевой функции при изменении ограничений на единицу. Двойственные оценки ограничений по объемам производства выражают величину изменения целевой функции при изменении плана на один центнер. Оценки ограничений по ресурсам показывают степень эффективности их использования. Значение нулевой оценки ограничения по какому-либо ресурсу выражает неполное использование данного ресурса. В случае исчерпания лимита ресурсов оценки должны всегда принимать положительные значения.

Построение экономико-математической модели стохастического квазилинейного программирования

В связи с возрастанием роли государственного регулирования при перспективном и оперативном планировании работы сельскохозяйственных предприятий возникает необходимость в учете случайных факторов, существенно влияющих на процесс производства. Такими факторами являются погодные условия, урожайность, рыночный спрос, колебания цен, поломка и ремонт техники, болезни животных и растений и т.п. Поэтому в этом случае применение линейных моделей в планировании сельскохозяйственного производства ограничено вероятностными законами. Внедрять оптимальный план становится рискованным, так как если по какой-то вероятностной причине принятые в модели данные (продуктивность, урожай и т.п.) окажутся нарушенными, то нарушатся и производственные балансы и принятый, на основе линейной модели план окажется не исполненным. В конечном итоге это может привести к большим потерям. Поэтому применяют теорию стохастического программирования.

В теории стохастического программирования принято различать одноэтапные, двухэтапные и многоэтапные задачи. Когда исследуется одноэтапная задача решение принимается один раз и не корректируется. На практике большее распространение получили линейные стохастические двухэтапные модели [6-8], в которых существует два этапа принятия управленческого решения: до и после реализации случайных событий.

Остановимся на проблемах представления одноэтапной стохастической задачи квазилинейного программирования (СЗКП) и возможностях их разрешения. Во-первых, задача СЗКП может быть сформулирована в М- и Р- постановках по отношению к записи целевой функции и ограничений. М-постановка означает оптимизацию математического ожидания целевой функции, при этом от математического ожидания целевой функции переходят к математическому ожиданию ее коэффициентов. – При Р- постановке СЗКП определяем такие значения переменных, при которых максимизируется (минимизируется) вероятность того, что целевая функция не хуже предельно допустимого значения. Ограничения задачи, которые должны выполняться при всех реализациях параметров условий задачи, называются жесткими ограничениями. Однако, на практике чаще возникают ситуации, в которых постановка задачи позволяет заменить жесткие ограничения их усреднением по распределению случайных параметров. Такие ограничения называются статистическими. Методом решения задач в М- и Р- постановках является переход к их детерминированным эквивалентам. Для этого необходимо определиться с законом распределения случайной величины. На практике наиболее часто используется нормальный закон распределения. Вследствие того, что в задаче детерминированного квазилинейного программирования присутствует корректирующая функция, то возникает проблема учета статистических ограничений, ибо в Р-постановке возникают вероятностные ограничения на правую часть, связанные с математическими ожиданиями и дисперсиями случайных величин матрицы коэффициентов и ограничений. Для решения этой проблемы мы предлагаем два подхода. В первом случае мы не изменяем коэффициенты функции релаксации, а в качестве переменных фигурируют решения каждой итерации в М- или Р- постановках ЗЛП, в конечном итоге фактически придется решать задачу нелинейной оптимизации. Во втором случае, можно определять вероятность функций релаксации иметь то или иное значение. Эта вероятность фактически будет определяться через вероятностные значения коэффициентов.

Для решения двухэтапной СЗКП лучше всего подходит методика, впервые предложенная Н.М. Светловым [7]. Основная идея, заложенная в ней состоит в том, чтобы гарантированно обеспечить (если это возможно) сбалансированность производства при реализации наилучших случайных

условий из когда-либо наблюдавшихся (по желанию исследователя, еще худших). При этом применяется многовариантное моделирование, когда получаются и подвергаются анализу варианты решения модели на основе различных гипотез о величинах технико-экономических коэффициентов (ТЭК). Согласно Н.М. Светлову, в рамках альтернативного подхода эта задача решается посредством представления любой реализации случайной величины x , распределенной по некоторому закону в интервале $[A, B]$, в форме $gA+hB$, $g+h=1$, $g \geq 0$, $h \geq 0$, g, h имеют смысл «числа наблюдений» соответственно наилучшего и наилучшего исходов. В соответствии с этим, в модели выделяются два класса исходов, для каждого из которых вычисляется набор ТЭК и весовых коэффициентов для каждого исхода.

Изложенная методика гарантирует сбалансированность всех планов из области допустимых решений моделей для любого исхода реализации стохастических ТЭК, а также то, что значение целевой функции для оптимального плана равно величине экономического эффекта для этого же плана при средних значениях всех ТЭК.

Необходимо заметить, что применение вышеприведенных моделей требует наличия большого массива статистических данных и вычислительных ресурсов. Потому что с ростом размерности задачи существенно возрастает объем вычислений и тогда в реальном масштабе времени задачи фактически не решаются. При использовании данных подходов в перспективном планировании не следует моделировать создание запасов на случай неблагоприятного исхода, поскольку нельзя исключить возможность наступления нескольких неблагоприятных исходов подряд и исчерпания запасов ресурсов. Более полезной в таком случае может оказаться детерминистическая модель краткосрочного планирования [7].

В качестве рассмотрим следующие модельные примеры.

На сельскохозяйственной площади в S га с различными (тремя) почвенными условиями необходимо разместить под посевы две культуры (для определенности, пшеница и овес) таким образом, чтобы получить максимальный экономический эффект (B в качестве показателя эффективности возьмем издержки). У исследователя имеются статистические данные по издержкам и всхожести каждой культуры на единице площади с почвой каждого типа. Издержки на обработку почвы и всхожесть сельскохозяйственных культур существенно зависят от погодных условий и являются поэтому случайными величинами с параметрами - λ_0 - характеризует вероятность превышения фактических издержек над запланированными, - λ_1 - определяют вероятность невыполнения плана по i -ой культуре. Кроме того, исследователь руководствуется необходимым минимально возможным объемом издержек, который ему задает вышестоящий орган или он сам. Их соответствующие величины по каждой культуре равны A и B .

Управляемыми переменными примем площади, отводимые под культуры на определенном типе почвы - x_{ij} . Здесь i - номер типа культуры, j - номер типа почвы. Удельные затраты площади обозначим через c_{ij} . Тогда целевая функция, характеризующая суммарные издержки будет

$$f = \sum_i^2 \sum_j^3 c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min. \text{ Ограничения по использованию земли, га: } \sum_i^2 \sum_j^3 x_{ij} = S, \text{ ограничения по}$$

бюджету, W тыс. руб : $P\left(\sum_i^2 \sum_j^3 c_{ij} x_{ij} \leq W\right) \geq \lambda_0$ (как правило, принимается $\lambda_0 = 0,9$, то есть с веро-

ятностью, превышающей 90%), по обязательствам для пшеницы $P\left(\sum_j^3 a_{ij} x_{ij} \geq A\right) \geq \lambda_1$, для овса

$$P\left(\sum_j^3 a_{ij} x_{ij} \geq B\right) \geq \lambda_2. \text{ Очевидные ограничения } x_{ij} \geq 0.$$

Для перехода к квазилинейной задаче с корректировкой примем вместо фиксированных A, B и c_{ij} соответственно $A - \beta_1(x_j, y_j)$, $B - \beta_2(x_j, y_j)$, $c_{ij} - \beta_{ij}(x_{ij}, y_{ij})$. Конкретный вид этих функций можно выбрать таким же способом, как это описано в [4].

Нами были проведены расчеты на ПК с помощью пакета LP-PC и системы MapleV. В ходе решения выяснилась особенность неустойчивости метода при изменении уровней вероятности. Был сделан вывод о необходимости определения вида распределения случайной величины и ее учета в функции релаксации.

ВЫВОДЫ

Неопределенности в аграрном секторе экономики, порождаемые формированием рыночной среды, необходимостью согласования экономических интересов всех участников агропродуктового рынка, изменениями в погодных условиях и др. требуют совершенствования известных экономико-математических моделей для более реальных производственных планов на основе стохастических методов.

В данной работе мы расширили диапазон задач, решаемых с помощью метода квазилинейного программирования на стохастическую область изменения параметров задачи. Была построена модель СКЗП и показано, что ее применение эффективно и в случае замены фиксированных значений параметров на их статистические средние значения. Это говорит о большом потенциале данного метода и его возможности работать, благодаря введенным функциям релаксации-корректировки и в области, где требуется учет вероятностных факторов.

Л и т е р а т у р а

1. Аганбегян А.Г., Багриновский К.А., Гранберг А.Г. Система моделей народнохозяйственного планирования. М.: Наука, 1972.
2. Канторович Л.В. Экономический расчёт наилучшего использования ресурсов. М.: Изд-во АН СССР, 1960.
3. Булавский В.А. Квазилинейное программирование и векторная оптимизация // Докл. АН СССР, 1981. – Т. 257. - №4.
4. Кувев А.И. Модели наилучшего использования ресурсов в сельском хозяйстве. – М.: Финансы и статистика, 1994.
5. Захарова Е.Н., Кувев А.И., Титаренко Е.А., Шевякова О.П. Элементы линейного программирования. – Майкоп: Изд-во «Дебют», 2000.
6. Светлов Н.М. Стохастическая постановка задачи динамического программирования и ее применение для оптимизации севооборотов. Труды Независимого научного аграрно-экономического общества: Вып. 2: Эффективность и конкурентоспособность аграрного сектора России. – 2002. - Т.2, с.204-208
7. Светлов Н.М. Альтернативный подход к разработке стохастических двухэтапных моделей аграрных систем. - Доклады ТСХА. - М.: Изд-во МСХА, 1999, вып. 270.
8. Светлов Н.М. Обоснование весовых коэффициентов исходов в стохастических моделях сельскохозяйственного производства. - Доклады ТСХА. - М.: Издательство МСХА, 1995, вып. 266.

The stochastic models of quasi-linear programming economic interests in regional agroindustrial complex

N.A. Kuchu, A.I. Kuev, R.H. Urusov

The new economic optimization problem of farming industry structure are considered on the basis of quasilinear programming.