2010 г. №15

Труды ФОРА

ОБОБЩЕНИЕ ОПИСАНИЯ АСИМПТОТИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ ИНТЕГРАЛОВ НА ОСНОВЕ ОЦЕНКИ РОСТА ФУНКЦИИ ПО ШКАЛЕ ТИПА ЛИНДЕЛЁФА

Т.А. Волковая

Славянский-на-Кубани государственный педагогческий институт, г. Славянск-на-Кубани

Получено асимтотическое описание интегралов вида $\int_{t_0}^{+\infty}\frac{dt}{f(t)}$, где рост функции оценен на основе заранее данной шкалы типа Линделёфа с помощью системы показателей $\alpha := (\alpha_0, \dots \alpha_k)$, $\alpha_k \geqslant 0$.

Для оценок роста функций в окрестности бесконечности используются различные шкалы. Наиболее общей и популярной является шкала сравнения на основе уточненного порядка. Понятие уточненного порядка ввел Г.Валирон [1]. Оценка роста функции по этой шкале сводится к сравнению данной функции с функцией вида $t^\alpha L(t)$, где $L(t)$ — специальным образом определенная медленно растущая функция. Такой подход к оценке роста функции является общим и имеет большое теоретическое значение. Однако на практике часто возникает необходимость оценить рост функции на основе заранее данной шкалы роста. Пример такой шкалы дает, например, Е. Линделёф [2]. Он сравнивает данную функцию с функцией вида

$$\ln^{\alpha_0,\dots\alpha_n} t := \ln_0^{\alpha_0} t \times \dots \times \ln_n^{\alpha_n} t,$$

где $\alpha_0, \dots\alpha_n \geqslant 0$, $\ln_0 t := t$, $\ln_k t := \ln\ln_{k-1} t$ при $k = 1, 2, \dots, n$. Функцию $\ln^\alpha t = \ln^{\alpha_0,\alpha_1,\dots\alpha_n} t$ называют функцией Линделёфа с показателями $\alpha_0, \dots\alpha_n$. При оценке роста функции $f(t)$ по шкале Линделёфа рост $f(t)$ характеризуется системой показателей $\alpha := (\alpha_0, \dots\alpha_n)$, которая определяется из неравенств

$$\ln^{\alpha_0,\dots\alpha_{n-1},\alpha_n-\varepsilon} t \leqslant f(t) \leqslant \ln^{\alpha_0,\dots\alpha_{n-1},\alpha_n+\varepsilon} t,$$

причем правое неравенство асимптотическое, то есть выполняется для всех достаточно больших t, а левое неравенство выполняется только для последовательности значений $t_k \to +\infty$.

Ранее (см. [4], [5]) были исследованы на сходимость интегралы вида

$$\int_{t_0}^{+\infty} \frac{dt}{f(t)},$$

где рост функции $f(t)$ оценен по шкале Линделефа с помощью системы показателей $\alpha = (\alpha_0, \dots\alpha_n)$, $\alpha_k \geqslant 0$. Эта задача сводилась к исследованию интегралов вида

$$\int_{e_n}^{+\infty} \frac{dt}{\ln^\alpha t} := \int_{e_n}^{+\infty} \frac{dt}{\ln^{\alpha_0,\dots\alpha_n} t} \qquad (1)$$

или

$$\int_{e_n}^{+\infty} \ln^\alpha t dt := \int_{e_n}^{+\infty} \ln^{\alpha_0,\alpha_1,\dots\alpha_n} t dt,$$

если $\alpha_0, \dots\alpha_n \leqslant 0$.Здесь $e_0 := 1$, $e_k := e^{e_{k-1}}$ при $k = 1, 2, \dots, n$. Была выдвинута и доказана следующая гипотеза:

1) *если* $\alpha < (1, ..., 1)$[1], *то интеграл* (1) *расходится и*

$$\int\limits_{e_n}^{x} \frac{dt}{\ln^{\alpha} t} \sim -\frac{1}{(\alpha_k - 1)\ln^{0,\dots,0,\alpha_k-1,\alpha_{k+1},\dots,\alpha_n} x},\ x \to +\infty; \tag{2}$$

2) *если* $\alpha = (1, ..., 1)$, *то интеграл* (1) *расходится и*

$$\int\limits_{e_n}^{x} \frac{dt}{\ln^{\alpha} t} = \ln_{n+1} x; \tag{3}$$

3) *если* $\alpha > (1, ..., 1)$, *то интеграл* (1) *сходится и*

$$\int\limits_{x}^{+\infty} \frac{dt}{\ln^{\alpha} t} \sim \frac{1}{(\alpha_k - 1)\ln^{0,\dots,0,\alpha_k-1,\alpha_{k+1},\dots,\alpha_n} x},\ x \to +\infty, \tag{4}$$

где k *определяется из условия* $\alpha_0 = ... = \alpha_{k-1} = 1$, $\alpha_k \neq 1$.

Если $\alpha_0 < 1$ или $\alpha_0 > 1$, то $k = 0$. В этих случаях формулы (2) и (4) принимают наиболее простой вид

$$\int\limits_{e_n}^{x} \frac{dt}{\ln^{\alpha} t} \sim -\frac{x}{(\alpha_0 - 1)\ln^{\alpha} x},\ x \to +\infty.$$

$$\int\limits_{x}^{+\infty} \frac{dt}{\ln^{\alpha} t} \sim \frac{x}{(\alpha_0 - 1)\ln^{\alpha} x},\ x \to +\infty.$$

Оказывается, эти формулы допускают следующее обобщение. Выберем возрастающую дифференцируемую на луче $[e_0, +\infty) \subseteq (0, +\infty)$ функцию π_0. Будем считать, что она удовлетворяет следующим условиям:

$$\pi_0(e_0) > 0,\ \lim_{t\to\infty} \frac{t\pi_0'(t)}{\pi_0(t)} = \rho > 0, \tag{5}$$

$$\lim_{t\to\infty} \frac{t}{\pi_0^{\alpha}(t)} = 0 \text{ для любого } \alpha > 1. \tag{6}$$

Рассмотрим функции вида $\pi^{\alpha_0,\dots,\alpha_n} := \pi_0^{\alpha_0} \times \dots \times \pi_n^{\alpha_n}$, где $\alpha_0, \dots, \alpha_n \geqslant 0$,

$$\pi_k(x) := \left(\int_{e_{k-1}}^{x} \frac{dt}{\pi_0^{\frac{1}{\rho}}(t) \times \dots \times \pi_{k-1}^{\frac{1}{\rho}}(t)} \right)^{\rho}$$

— положительная, непрерывная и возрастающая на луче $[e_{k-1}, +\infty) \subseteq (0, +\infty)$ функция, $k = 1, 2, \dots$. Положительные числа e_k определяются рекуррентно из соотношений $\pi_k^{\frac{1}{\rho}}(e_k) = e_{k-1}$, $k = 1, 2, \dots$.

Функцию $\pi^{\alpha_0,\dots,\alpha_n}$ называем функцией типа Линделёфа с показателями $\alpha_0, \dots, \alpha_n$. При оценке роста функции $f(x)$ по шкале типа Линделёфа рост $f(x)$ характеризуется системой показателей $\alpha_0, \dots, \alpha_n$, которая определяется из неравенств

$$\pi^{\alpha_0,\dots,\alpha_{n-1},\alpha_n-\varepsilon}(x) \leqslant f(x) \leqslant \pi^{\alpha_0,\dots,\alpha_{n-1},\alpha_n+\varepsilon}(x),$$

[1]Используем известное словарное упорядочение значений мультииндекса. Неравенство $(\alpha_0, \alpha_1, ..., \alpha_n) < (\beta_0, \beta_1, ..., \beta_n)$ выполняется тогда и только тогда, когда выполнено следующее условие: $\alpha_0 < \beta_0$ или найдется $k \in \{0, 1, ..., n\}$ такое, что $\alpha_0 = \beta_0, \alpha_0 = \beta_0, \alpha_1 = \beta_1, ..., \alpha_{k-1} = \beta_{k-1}, \alpha_k < \beta_k$.

причем правое неравенство асимптотическое, а левое неравенство выполняется для последовательности значений $x_k \to +\infty$. Поставим задачу — исследовать на сходимость и оценить скорость сходимости интегралов следующего вида

$$\int_{t_0}^{+\infty} \frac{dt}{f(t)},$$

где рост функции $f(x)$ оценен по шкале типа Линделёфа с помощью системы показателей $\alpha := (\alpha_0, \ldots, \alpha_n)$, $\alpha_k \geqslant 0$. Как и прежде, задача сводится к исследованию интегралов вида

$$\int_{e_n}^{+\infty} \frac{dt}{\pi^{\alpha}(t)} := \int_{e_n}^{+\infty} \frac{dt}{\pi^{\alpha_0,\ldots,\alpha_n}(t)}. \tag{7}$$

Можно выдвинуть следующую гипотезу:

1) *если* $\alpha\rho < (1, \ldots, 1)$, *то интеграл* (7) *расходится и*

$$\int_{e_n}^{x} \frac{dt}{\pi^{\alpha}(t)} \sim -\frac{1}{(\alpha_k\rho - 1)\pi^{0,\ldots,0,\alpha_k-1,\alpha_{k+1},\ldots,\alpha_n}(x)}, \ x \to +\infty;$$

2) *если* $\alpha\rho = (1, \ldots, 1)$, *то интеграл* (7) *расходится и*

$$\int_{e_n}^{x} \frac{dt}{\pi^{\alpha}(t)} = \pi_{n+1}^{\frac{1}{\rho}}(x);$$

3) *если* $\alpha\rho > (1, \ldots, 1)$, *то интеграл* (7) *сходится и*

$$\int_{x}^{+\infty} \frac{dt}{\pi^{\alpha}(t)} \sim \frac{1}{(\alpha_k\rho - 1)\pi^{0,\ldots,0,\alpha_k-1,\alpha_{k+1},\ldots,\alpha_n}(x)}, \ x \to +\infty,$$

где k определяется из условия $\alpha_0\rho = \ldots = \alpha_{k-1}\rho = 1$, $\alpha_k\rho \neq 1$.

Доказательство справедливости выдвинутой гипотезы проведем индукцией по n. Соблюдая форму, рассмотрим сначала базу индукции. Пусть $n = 0$. Исследуем несобственный интеграл

$$\int_{e_0}^{+\infty} \frac{dt}{\pi_0^{\alpha}(t)}.$$

При $\alpha\rho < 1$ воспользуемся интегрированием по частям. Если $\rho \neq 1$, то

$$u = \frac{t^{\rho}}{\pi_0^{\alpha}(t)}, \ du = \frac{t^{\rho-1}}{\pi^{\alpha}(t)}\left(\rho - \alpha\frac{t\pi_0'(t)}{\pi_0(t)}\right)dt, \ dv = t^{-\rho}dt, \ v = \frac{t^{1-\rho}}{1-\rho},$$

$$\int_{e_0}^{x} \frac{dt}{\pi_0^{\alpha}(t)} = \left.\frac{t}{(1-\rho)\pi_0^{\alpha}(t)}\right|_{e_0}^{x} - \int_{e_0}^{x} \frac{1}{(1-\rho)\pi^{\alpha}(t)}\left(\rho - \alpha\frac{t\pi_0'(t)}{\pi_0(t)}\right)dt =$$

$$= \left.\frac{t}{(1-\rho)\pi_0^{\alpha}(t)}\right|_{e_0}^{x} - \mu(\xi)\frac{\rho(1-\alpha)}{1-\rho}\int_{e_0}^{x} \frac{dt}{\pi_0^{\alpha}(t)},$$

где $\xi \in [e_0, x]$ и $\mu(t) = \frac{1}{\rho(1-\alpha)}\left(\rho - \alpha\frac{t\pi_0'(t)}{\pi_0(t)}\right) \sim 1$, $t \to +\infty$, следовательно,

$$\int_{e_0}^{x} \frac{dt}{\pi_0^{\alpha}(t)} \sim \frac{x}{(1-\alpha\rho)\pi_0^{\alpha}(x)}, \ x \to +\infty.$$

Если $\rho = 1$, то

$$u = \frac{1}{\pi_0^\alpha(t)},\ du = -\alpha \frac{\pi_0'(t)}{\pi_0^{\alpha+1}(t)} dt,\ dv = dt,\ v = t,$$

$$\int\limits_{e_0}^{x} \frac{dt}{\pi_0^\alpha(t)} = \left.\frac{t}{\pi_0^\alpha(t)}\right|_{e_0}^{x} + \alpha \int\limits_{e_0}^{x} \frac{t\pi_0'(t)}{\pi_0^{\alpha+1}(t)} dt = \left.\frac{t}{\pi_0^\alpha(t)}\right|_{e_0}^{x} + \mu(\xi)\alpha \int\limits_{e_0}^{x} \frac{dt}{\pi_0^\alpha(t)},$$

где $\xi \in [e_0, x]$ и $\mu(t) = \frac{t\pi_0'(t)}{\pi_0(t)} \sim \rho,\ t \to +\infty$, следовательно, опять имеем

$$\int\limits_{e_0}^{x} \frac{dt}{\pi_0^\alpha(t)} \sim \frac{x}{(1-\alpha\rho)\pi_0^\alpha(x)},\ x \to +\infty.$$

При $\alpha\rho = 1$ по определению функции π_1 имеем

$$\int\limits_{e_0}^{x} \frac{dt}{\pi_0^\alpha(t)} = \int\limits_{e_0}^{x} \frac{dt}{\pi_0^{\frac{1}{\rho}}(t)} = \pi_1^{\frac{1}{\rho}}(x);$$

При $\alpha > 1$ тоже воспользуемся интегрированием по частям. Если $\rho \neq 1$, то

$$u = \frac{t^\rho}{\pi_0^\alpha(t)},\ du = \frac{t^{\rho-1}}{\pi^\alpha(t)} \left(\rho - \alpha \frac{t\pi_0'(t)}{\pi_0(t)}\right) dt,\ dv = t^{-\rho} dt,\ v = \frac{t^{1-\rho}}{1-\rho},$$

$$\int\limits_{x}^{+\infty} \frac{dt}{\pi_0^\alpha(t)} = \left.\frac{t}{(1-\rho)\pi_0^\alpha(t)}\right|_{x}^{+\infty} - \int\limits_{x}^{+\infty} \frac{1}{(1-\rho)\pi^\alpha(t)} \left(\rho - \alpha \frac{t\pi_0'(t)}{\pi_0(t)}\right) dt =$$

$$= \left.\frac{t}{(1-\rho)\pi_0^\alpha(t)}\right|_{x}^{+\infty} - \mu(\xi) \frac{\rho(1-\alpha)}{1-\rho} \int\limits_{x}^{+\infty} \frac{dt}{\pi_0^\alpha(t)},$$

где $\xi \in [x, +\infty)$ и $\mu(t) = \frac{1}{\rho(1-\alpha)} \left(\rho - \alpha \frac{t\pi_0'(t)}{\pi_0(t)}\right) \sim 1,\ t \to +\infty$, следовательно,

$$\int\limits_{x}^{+\infty} \frac{dt}{\pi_0^\alpha(t)} \sim -\frac{x}{(1-\alpha\rho)\pi_0^\alpha(x)},\ x \to +\infty.$$

Если $\rho = 1$, то

$$u = \frac{1}{\pi_0^\alpha(t)},\ du = -\alpha \frac{\pi_0'(t)}{\pi_0^{\alpha+1}(t)} dt,\ dv = dt,\ v = t,$$

$$\int\limits_{x}^{+\infty} \frac{dt}{\pi_0^\alpha(t)} = \left.\frac{t}{\pi_0^\alpha(t)}\right|_{x}^{+\infty} + \alpha \int\limits_{x}^{+\infty} \frac{t\pi_0'(t)}{\pi_0^{\alpha+1}(t)} dt = \left.\frac{t}{\pi_0^\alpha(t)}\right|_{x}^{+\infty} + \mu(\xi)\alpha \int\limits_{x}^{+\infty} \frac{dt}{\pi_0^\alpha(t)},$$

где $\xi \in [e_0, x]$ и $\mu(t) = \frac{t\pi_0'(t)}{\pi_0(t)} \sim \rho,\ t \to +\infty$, следовательно, опять имеем

$$\int\limits_{x}^{+\infty} \frac{dt}{\pi_0^\alpha(t)} \sim -\frac{x}{(1-\alpha\rho)\pi_0^\alpha(x)},\ x \to +\infty.$$

Таким образом, при $n = 0$ доказываемая гипотеза выполняется. Предположим, что гипотеза выполняется для любого натурального числа k не превосходящего n. Докажем, что она выполняется для $k = n + 1$.

Рассмотрим интеграл

$$\int\limits_{e_{n+1}}^{+\infty}\frac{dt}{\pi^{\alpha_0,\ldots,\alpha_{n+1}}(t)}.$$

Возможны следующие случаи:
а) $\alpha_0=\ldots=\alpha_{n+1}=\rho^{-1}$,
б) $\alpha_0\neq\rho^{-1}$,
в) $\alpha_0=\ldots=\alpha_{k-1}=\rho^{-1}$, $\alpha_k\neq\rho^{-1}$ $(k>1)$.

Рассмотрим каждый из этих случаев отдельно. Пусть $\alpha_0=\ldots=\alpha_{n+1}=\rho^{-1}$. По определению функции $\pi_{n+2}(t)$ имеем

$$\int\limits_{e_{n+1}}^{x}\frac{dt}{\pi^{\alpha_0,\ldots,\alpha_{n+1}}(t)}=\pi_{n+2}^{\frac{1}{\rho}}(x).$$

Пусть $\alpha_0\neq\rho^{-1}$. Тогда, если $\alpha_0<\rho^{-1}$, то интегрируя по частям, получаем

$$u=\frac{1}{\pi_{n+1}^{\alpha_{n+1}}(t)},\ du=-\frac{\alpha_{n+1}}{\pi^{1,\ldots,1,\alpha_{n+1}+1}(t)}dt,\ dv=\frac{dt}{\pi^{\alpha_0,\ldots,\alpha_n}(t)},\ v=\int\limits_{e_{n+1}}^{t}\frac{d\tau}{\pi^{\alpha_0,\ldots,\alpha_n}(\tau)},$$

$$\int\limits_{e_{n+1}}^{x}\frac{dt}{\pi^{\alpha_0,\ldots,\alpha_{n+1}}(t)}=\frac{v(t)}{\pi_{n+1}^{\alpha_{n+1}}(t)}\Bigg|_{e_{n+1}}^{x}+\int\limits_{e_{n+1}}^{x}\frac{\alpha_{n+1}v(t)}{\pi^{1,\ldots,1,\alpha_{n+1}+1}(t)}dt=$$

$$=\frac{1}{\pi_{n+1}^{\alpha_{n+1}}(x)}\int\limits_{e_{n+1}}^{x}\frac{dt}{\pi^{\alpha_0,\ldots,\alpha_n}(t)}+\int\limits_{e_{n+1}}^{x}\frac{\mu(t)dt}{\pi^{\alpha_0,\alpha_1+1\ldots,\alpha_{n+1}+1}(t)}=$$

$$=\frac{1}{\pi_{n+1}^{\alpha_{n+1}}(x)}\int\limits_{e_{n+1}}^{x}\frac{dt}{\pi^{\alpha_0,\ldots,\alpha_n}(t)}+\mu(\xi)\int\limits_{e_{n+1}}^{x}\frac{dt}{\pi^{\alpha_0,\alpha_1+1\ldots,\alpha_n+1}(t)},\ \xi\in[e_{n+1},x],$$

где по предположению индукции

$$\int\limits_{e_{n+1}}^{t}\frac{d\tau}{\pi^{\alpha_0,\ldots,\alpha_n}(\tau)}\sim\int\limits_{e_n}^{t}\frac{d\tau}{\pi^{\alpha_0,\ldots,\alpha_n}(\tau)}\sim\frac{1}{(1-\alpha_0\rho)\pi^{\alpha_0-1,\alpha_1\ldots,\alpha_n}(x)},\ x\to+\infty,$$

$$\mu(t)=\frac{\alpha_{n+1}}{\pi^{1-a_0,-\alpha_1\ldots,-a_n,\alpha_{n+1}+1}(t)}\int\limits_{e_{n+1}}^{t}\frac{d\tau}{\pi^{\alpha_0,\ldots,\alpha_n}\tau)}\sim$$

$$\sim\frac{\alpha_{n+1}}{\pi^{1-a_0,-\alpha_1\ldots,-a_n}(t)}\frac{1}{(1-\alpha_0\rho)\pi^{\alpha_0-1,\alpha_1,\ldots,\alpha_n}(t)}=\frac{\alpha_{n+1}}{1-\alpha_0\rho},\ x\to+\infty.$$

Значит,

$$\int\limits_{e_{n+1}}^{x}\frac{dt}{\pi^{\alpha_0,\ldots,\alpha_{n+1}}(t)}\sim\frac{1}{(1-\alpha_0\rho)\pi^{\alpha_0-1,\alpha_1\ldots,\alpha_{n+1}}(x)},\ x\to+\infty,$$

так как

$$\mu(\xi)\int\limits_{e_{n+1}}^{x}\frac{dt}{\pi^{\alpha_0,\alpha_1+1\ldots,\alpha_n+1}(t)}=o\left(\frac{1}{\pi^{\alpha_0-1,\alpha_1\ldots,\alpha_{n+1}}(x)}\right),\ x\to+\infty.$$

Аналогичные рассуждения проводятся для случая $\alpha_0>1$.

Таким образом, в случаях а) и б) выполнимость высказанной гипотезы подтверждается.

Рассмотрим случай $\alpha_0 = \ldots = \alpha_{k-1} = \rho^{-1}$, $\alpha_k \neq \rho^{-1}$ $(k > 1)$. Пусть для определенности $\alpha_k < 1$. Воспользуемся заменой переменной $u = \pi_1^{\rho^{-1}}(t)$. Тогда $du = \pi_0^{-\rho^{-1}}(t)dt$,

$$\int\limits_{e_{n+1}}^{x} \frac{dt}{\pi^{\alpha_0,\ldots,\alpha_{n+1}}(t)} = \int\limits_{\pi_1^{\rho^{-1}}(e_{n+1})}^{\pi_1^{\rho^{-1}}(x)} \frac{du}{\pi^{\alpha_1,\ldots,\alpha_{n+1}}(u)} \sim \int\limits_{e_n}^{\pi_1^{\rho^{-1}}(x)} \frac{du}{\pi^{\alpha_1,\ldots,\alpha_{n+1}}(u)}, x \to +\infty.$$

По предположению индукции

$$\int\limits_{e_n}^{\pi_1^{\rho^{-1}}(x)} \frac{du}{\pi^{\alpha_1,\ldots,\alpha_{n+1}}(u)} \sim \frac{1}{|\alpha_k - 1|\pi^{0,\ldots,0,\alpha_k-1,\alpha_{k+1},\ldots,a_{n+1}}\left(\pi_1^{\rho^{-1}}(x)\right)}, \; x \to +\infty.$$

Значит,

$$\int\limits_{e_{n+1}}^{x} \frac{dt}{\pi^{\alpha_0,\ldots,\alpha_{n+1}}(t)} \sim \frac{1}{|\alpha_k - 1|\pi^{0,\ldots,0,\alpha_k-1,\alpha_{k+1},\ldots,a_{n+1}}\left(\pi_1^{\rho^{-1}}(x)\right)} =$$

$$= -\frac{1}{(\alpha_k - 1)\pi^{0,\ldots,0,\alpha_k-1,\alpha_{k+1},\ldots,a_{n+1}}(x)}, \; x \to +\infty.$$

Требуемое соотношение доказано.

Для случая $\alpha_k > 1$ рассуждения аналогичны.

Таким образом, из предположения истинности гипотезы для всех натуральных чисел, не превосходящих n, следует ее истинность для $n+1$. Согласно принципу математической индукции, утверждение верно для любых n.

Литература

1. *Valiron G.* Lecture on the Geheral Theory of Integral Functions. – Toulouse: E. Privat, 1923. – 208 p.

2. *Lindelöf E.* Sur les fonctions entieres d'order. // Ann. Ec. Norm. Sup. – 1905. – Vol. 3. – No 22. – P. 369–395.

3. *Левин Б.Я.* Распределение корней целых функций. – М.: Гостехиздат, 1956. – 632 с.

4. *Волковая Т.А.* Асимптотическое поведение интегралов на основе оценки роста функции по шкале Линделёфа // Дни науки. Сборник материалов научно-практической конференции преподавателей и студентов. 14-25 апреля. Вып. 7. Часть 2 / Отв. ред. А.А. Маслак. – Славянск-на-Кубани: Издательский центр СГПИ, 2008. – С. 39–45.

5. *Волковая Т.А.* Описание асимптотического поведения интегралов на основе оценки роста по шкале Линделёфа // Сборник трудов студентов и аспирантов факультета математики и информатики.– Славянск-на-Кубани: Издательский центр СГПИ, 2009. – С. 6–22.

Generalisation of description of asymptotic behaviour of integrals on the basis of an estimation of growth of function on the Lindelöf type scale

T.A. Volkovaya

This article gives asymptotical behaviour of integrals $\int_{t_0}^{+\infty} \frac{dt}{f(t)}$ where increase of function $f(x)$ is estimated by the scale like scale of Lindelöf using multiindex $\alpha := (\alpha_0, \ldots \alpha_k)$, $\alpha_k \geqslant 0$.

