ХАОС, ИДЕЯ, ТВОРЕНИЕ

Б.Х. Тугуз

г. Майкоп

Отзыв на книгу А.П. Богомолова «Математика. Опыт нетрадиционного подхода к преподаванию в средней школе».

.

Математика как наука находится в тесной связи с производственной деятельностью людей и общественной культурой. Математика приобретает особое значение для развития науки, техники и в целом народного хозяйства. Сейчас математические методы и вычислительная техника широко применяются не только в механике, астрономии, физике, но и в экономике, химии и даже в социологии, лингвистике, биологии, медицине и др. Важнейшей задачей преподавателей математики является постоянное повышение своего методического уровня в преподавании математики. Это необходимо чтобы успешно развивать репродуктивную и творческую активность у учащихся и студентов.

Преподаватели математики, методисты, работники народного образования прилагают большие усилия для совершенствования методов в преподавании математики. Многие учителя, методисты и другие работники народного образования занимаются разработкой учебно-методической литературы и пособий. В них обобщается опыт работы передовых учителей, владеющих мастерством в преподавании математики; они способствуют, как отмечалось выше, развитию у учащихся репродуктивной активности и самостоятельности. Среди методических разработок особое место занимают работы известного в стране учителя математики из Петропавловска, отличника народного просвещения СССР, участника Великой Отечественной войны А.П. Богомолова (1922 – 2006 гг.) Родился он в селе Николаевка Пресновского района Северо-Казахстанской области. Окончил физико-математический факультет Омского госпединститута. К его боевым наградам – орденам Красной Звезды, Отечественной войны I степени и боевым медалям в мирное время добавились ордена Ленина, Трудового Красного Знамени, медали. После распада СССР он переехал в Майкоп и тесно сотрудничал с математическим факультетом АГУ и ИППК, принимал участие в качестве эксперта и методиста в организации и проведении математических олимпиад разного уровня. Его хорошо знала педагогическая общественность нашей республики.

В 2009 году вышло его очередное пособие: **Математика. Опыт нетрадиционного подхода к преподаванию в средней школе**. (Майкоп, Адыгейское респ. изд-во, 2009 г.) Данное пособие (отв. редактор профессор Х.М.Андрухаев, рецензент доцент Д.С.Ушхо) представляет большой интерес для преподавателей математики, учащихся математических школ и классов. В этом пособии вместо традиционного объяснительно-иллюстративного метода изучения нового материала предлагается метод оживленного диалога в форме вопросно-ответной беседы с элементами проблематики («озадачивания») и краткими исследовательскими экскурсами. Автор рассматривает много нешаблонных задач. Это способствует, на наш взгляд, оттачиванию многовариантного математического мышления, благотворно сказывается на дисциплине учащихся на уроке и повышает интерес к предмету. Сегодня перед школой стоит задача своевременного выявления и развития одаренных детей, поддержки талантливой молодежи. Эта задача становится в современных условиях одним из краеугольных направлений национальной образовательной инициативы «Наша новая школа», реализации которой уделяет большое внимание Президент России Д.А.Медведев.

«Есть, конечно, ученики с выдающимися математическими способностями, которые по многочисленным «решебникам» самостоятельно штурмуют математические бастионы школьной математики, - пишет А.П.Богомолов. – Тем не менее, в силу информационной насыщенности современной жизни обычный российский школьник достаточно развит, требователен и чутко реагирует на все нюансы педагогического процесса». Находясь под постоянным «математическим» прицелом десятков любопытных, озорных, неусидчивых школьников, продолжает автор, учитель должен быть в курсе всех событий и не только математических, но вообще научных, использовать в процессе обучения астрономические и физические знания, помнить квадраты двузначных чисел, хотя бы до 30, владеть приемами сокращенных устных вычислений, знать алгоритм извлечения квадратного корня из действительных чисел, и, вообще должен знать, знать, …, уметь, уметь, … Эти рекомендации адресованы молодым учителям.

Особый интерес представляет раздел «Отыскание способов решения нестандартных задач с помощью эвристической беседы с элементами проблематики». Здесь приведены десятки задач и различные способы их решения (варианты решения систем уравнений степени выше первой, избранные задачи планиметрии, стереометрии). А конкурс «Математическая эрудиция и смекалка», которым завершается пособие, поможет учителю выявить уровень знаний по математическим дисциплинам. Автор придерживается концепции, что преподавание нужно осуществлять на высоком уровне трудности, выдерживать быстрый темп прохождения изучаемого материала и, переходя от абстрактного к конкретному, содействовать развитию математического мышления учащихся. Это будет способствовать решению давнишней педагогической проблемы о взаимосвязи обучения и развития. Спрашивается, получает ли школьник должное развитие, когда его усиленно побуждают овладевать знаниями? Да, получает, но приблизительно такое, какое умение получает человек, желающий научиться плавать, стоящий на берегу водоема и изучающий, как другие плавают. Развитие репродуктивной и творческой активности, осуществляемое параллельно в познавательном процессе, вооружает учащихся глубокими и активными знаниями. Как на практике осуществить эти задачи автор показал на многочисленных примерах.

Следует отметить, что приведенные в пособии способы решения задач и доказательства теорем интересны и полезны для учащихся, студентов и всех, интересующихся математикой.

На наш взгляд особый интерес представляют задачи, которые способствует развитию пространственного и абстрактного мышления обучающихся. Такова, к примеру, задача № 1 (стр. 60): Необходимо доказать, что высота треугольной пирамиды, у которой плоские углы при вершине прямые, проектируется в ортоцентр основания.

Задача решается (доказывается) традиционным способом и с помощью векторов.

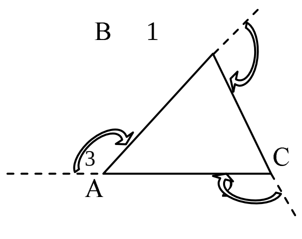
Векторы изучаются в общеобразовательных школах и в средних специальных учебных заведениях. Но при решении геометрических задач мало пользуются векторами, хотя следует сказать, что многие задачи и теоремы геометрии легче решаются и доказываются с помощью векторов. К ним можно отнести следующие теоремы и задачи:

1) теорема о трех перпендикулярах;
2) теорема о том, что две прямые, перпендикулярные одной плоскости, параллельны;
3) признак перпендикулярности прямой и плоскости;
4) решить (доказать) задачу. Доказать, что плоскость, проходящая через концы трех ребер куба, имеющих общую точку, перпендикулярна диагонали куба, выходящей из этой точки.

Высоко оценивая новаторскую работу, проведенную А.П.Богомоловым, считаем необходимым сделать ряд замечаний, на которые следует обратить внимание при использовании пособия в практической деятельности.

Рассмотрим несколько примеров из пособия.

Общеизвестно, что сумма углов треугольника равна 180^0. Автор предлагает учащимся три модели определения суммы внутренних углов одного и того же треугольника. С их помощью на конкретных примерах доказывается, что сумма углов треугольника близка к 180^0. Далее используется динамическая модель, но чтобы стороны АВ и АС менялись по длине можно использовать резинку. С помощью этой модели устанавливаем, что сумма углов треугольника остается постоянной и близка к 180^0. А как доказать, что сумма углов треугольника равна 180^0? Доказательство приводится в пособии. Но есть еще и другой способ доказательства, который, на наш взгляд, более доступен учащимся. Автором этого способа является А.П.Богомолов. Назовем его условно способ поворота прямой вокруг вершин угла. (См. рис.)



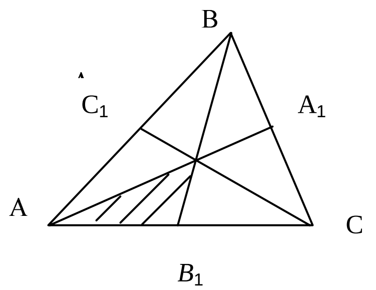
I поворот AB вокруг (•) B на угол 1 по часовой стрелке, AB≡BC.
II поворот BC вокруг (•) C на угол 2 по часовой стрелке, BC≡CA.
III поворот стороны CA вокруг (•) A на угол 3 по часовой стрелке, CA≡AB.

Все три поворота образуют полный угол, т.е. 360^0: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^0$. Т.к. сумма смежных углов при каждой вершине равна 180^0, то общая сумма равна 540^0 и тогда $\angle A + \angle B + \angle C = 540^0 - 360^0 = 180^0$ ч.т.д.

Данный способ доказательства можно использовать на учебных и кружковых занятиях. Используя метод поворота можно легко доказать и формулу суммы внутренних углов выпуклого многоугольника.

Рассмотрим задачу № 2 (стр. 62). Кстати, эта задача не встречается в школьных учебниках по математике.

В треугольнике проведены три медианы. Образовалось шесть равновеликих треугольников. Необходимо это доказать.



В пособии доказано, что $S_{AOB1} = \frac{1}{6} S_{ABC}$

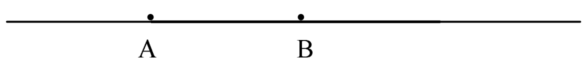
Автор пишет: т.к. площадь $\triangle_{AOB}$, взятого наугад, оказалась $\frac{1}{6}{}_{ABC}$, то площадь каждого из оставшихся треугольников равна $\frac{1}{6}{}_{ABC}$. Такое заключение, на наш взгляд, не совсем верно. Например, если в урне шесть разноцветных одинаковых по диаметру шаров и из урны наугад достали шар, и он оказался белого цвета, то из этого не следует, что остальные шары тоже будут белого цвета. Как быть?

Легко доказывается, что $S_{AOC}=S_{AOB}=S_{BOC}=1/3\,S_{ABC}$. Из $S_{AOC}=1/3\,S_{ABC}$ имеем $1/2\,S_{AOC}=1/6\,S_{ABC}$, т.е. $S_{AOB1}=S_{COB1}=1/6\,S_{ABC}$. Аналогично и по другим треугольникам. Следовательно, медианы треугольника делят $\triangle$ на шесть равновеликих треугольников.

Автор обращает внимание читателей, что некоторые задачи имеют несколько решений. К ним относятся задачи № 1 (стр. 21), № 2 (стр. 25), № 3 (стр. 28), № 4 (стр. 30). Рассмотрим, к примеру, задачу № 2. По условию задачи следует определить при каком натуральном a число $(a^2+a+2004)$ окажется точным квадратом? В пособии приведено решение и в ответе четыре результата. Для получения общей формулы решения, чтобы данное число было точным квадратом, автор идет от простых случаев к общему. Получена формула $a = \dfrac{bn - n^2}{2n-1}$, где a, b и n – натуральные числа. В задаче $bn = 2004$, тогда $a = \dfrac{2004 - n^2}{2n-1}$ и подставляя вместо n значения 1, 3, 16, 21 легко получить все значения a, удовлетворяющие условию задачи.

Возьмем другой пример из пособия. Автор дает определение отрезка:

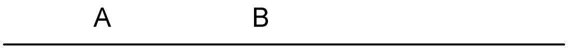
Отрезок – объединение части прямой и двух ее точек, ограничивающих эту часть. Графически и в письменной форме это выглядит следующим образом:



[AB] – обозначение отрезка. Скобки квадратные.

А как обозначается прямая? Этого в пособии, к сожалению, нет. Приведем его.

(АВ) – обозначение прямой, где А и В – не являются фиксированными точками прямой и прямая изображается так:



Думается, что изображение прямой, приведенной выше, будет способствовать формированию понятий об отрезке и прямой.

Большой интерес представляет для учащихся задача № 4 (стр. 30).

В пруд пустили 30 щук, которые постепенно поедали друг друга. Щука считается сытой, если она съела трех щук сытых или голодных. Каково наибольшее число щук, которые могут насытиться? Автор решает задачу с достаточным и понятным пояснением. Для своего насыщения щука должна съесть три. Эта «тройка» комплектуется из четырех щук: С, Г, $Г^+$, $Г^{\overset{+}{+}}$, где С – сытая щука, т.е. щука проглотившая трех голодных. Г – голодная щука, $Г^+$ – щука, проглотившая одну голодную щуку, $Г^{\overset{+}{+}}$ – щука, проглотившая двух голодных щук.

Возможные варианты образования «троек» из С, Г, $Г^+$, $Г^{\overset{+}{+}}$ приведены в таблице 1 пособия. Но разъяснений как получены эти тройки в пособии, к сожалению, нет. Рассмотрим способы получения этих «троек» (вариантов). Сначала составим возможные варианты по два, а затем по три.

	Г	$Г^+$	$Г^{\overset{+}{+}}$	С
Г	ГГ	$ГГ^+$	$ГГ^{\overset{+}{+}}$	ГС
$Г^+$	$Г^+Г$	$Г^+Г^+$	$Г^+Г^{\overset{+}{+}}$	$Г^+С$
$Г^{\overset{+}{+}}$	$Г^{\overset{+}{+}}Г$	$Г^{\overset{+}{+}}Г^+$	$Г^{\overset{+}{+}}Г^{\overset{+}{+}}$	$Г^{\overset{+}{+}}С$
С	СГ	$СГ^+$	$СГ^{\overset{+}{+}}$	СС

Комбинации (варианты), расположенные ниже диагонали такие же, как варианты, расположенные выше диагонали, поэтому заштрихованные варианты отбросим. Теперь будем иметь 10 различных вариантов. Далее составим всевозможные варианты по три из Г, $Г^+$, $Г^{\overset{+}{+}}$, С.

Таблица 1

	ГГ	$ГГ^+$	$ГГ^{\overset{+}{+}}$	ГС	$Г^+Г^+$	$Г^+Г^{\overset{+}{+}}$	$Г^+С$	$Г^{\overset{+}{+}}Г^{\overset{+}{+}}$	$Г^{\overset{+}{+}}С$	СС
Г	ГГГ	$ГГГ^+$	$ГГГ^{\overset{+}{+}}$	ГГС	$ГГ^+Г^+$	$ГГ^+Г^{\overset{+}{+}}$	$ГГ^+С$	$ГГ^{\overset{+}{+}}Г^{\overset{+}{+}}$	$ГГ^{\overset{+}{+}}С$	ГСС
$Г^+$	$Г^+ГГ$	$Г^+ГГ^+$	$Г^+ГГ^{\overset{+}{+}}$	$Г^+ГС$	$Г^+Г^+Г^+$	$Г^+Г^+Г^{\overset{+}{+}}$	$Г^+Г^+С$	$Г^+Г^{\overset{+}{+}}Г^{\overset{+}{+}}$	$Г^+Г^{\overset{+}{+}}С$	$Г^+СС$
$Г^{\overset{+}{+}}$	$Г^{\overset{+}{+}}ГГ$	$Г^{\overset{+}{+}}ГГ^+$	$Г^{\overset{+}{+}}ГГ^{\overset{+}{+}}$	$Г^{\overset{+}{+}}ГС$	$Г^{\overset{+}{+}}Г^+$	$Г^{\overset{+}{+}}Г^+Г^{\overset{+}{+}}$	$Г^{\overset{+}{+}}Г^+С$	$Г^{\overset{+}{+}}Г^{\overset{+}{+}}Г^{\overset{+}{+}}$	$Г^{\overset{+}{+}}Г^{\overset{+}{+}}С$	$Г^{\overset{+}{+}}СС$
С	СГГ	$СГГ^+$	$СГГ^{\overset{+}{+}}$	СГС	$СГ^+Г^+$	$СГ^+Г^{\overset{+}{+}}$	$СГ^+С$	$СГ^{\overset{+}{+}}Г^{\overset{+}{+}}$	$СГ^{\overset{+}{+}}С$	ССС

Варианты в заштрихованных клетках повторяются в незаштрихованных клетках, поэтому заштрихованные варианты отбрасываем. Из остальных вариантов составляем таблицу, отличающуюся от таблицы № 1 порядком расположения вариантов.

Таблица 2

I	ГГГ	II	$ГГГ^{+}$	III	$ГГ\overset{+}{Г}^{+}$	IV	ГГС
V	$ГГ^{+}Г^{+}$	VI	$ГГ^{+}\overset{+}{Г}^{+}$	VII	$ГГ^{+}С$	VIII	$Г\overset{+}{Г}^{+}\overset{+}{Г}^{+}$
IX	$Г\overset{+}{Г}^{+}С$	X	ГСС	XI	$Г^{+}Г^{+}Г^{+}$	XII	$Г^{+}Г^{+}\overset{+}{Г}^{+}$
XIII	$Г^{+}Г^{+}С$	XIV	$Г^{+}Г^{+}\overset{+}{Г}^{+}$	XV	$Г^{+}\overset{+}{Г}^{+}С$	XVI	$Г^{+}СС$
XVII	$\overset{+}{Г}^{+}\overset{+}{Г}^{+}\overset{+}{Г}^{+}$	XVIII	$\overset{+}{Г}^{+}\overset{+}{Г}^{+}С$	XIX	$\overset{+}{Г}^{+}СС$	XX	ССС

В таблице 20 вариантов. Пользуясь этой таблицей легко составить таблицу № 3. Заметим, что в таблице № 2, приведенной в пособии А.П.Богомолова, в варианте IV допущена неточность, должно быть $Г^{+}\overset{+}{Г}^{+}Г$ вместо $Г^{+}\overset{+}{Г}^{+}Г^{+}$ (см. стр. 33). Для составления таблицы № 3 надо знать определение вероятности случайного события. Вероятность Р (3; 4) можно вычислить как сумму вероятностей несовместимых событий, т.е. $P(3;4) = P(3) + P(4) = \frac{3}{10} + \frac{3}{10} = \frac{3}{5}$, но понятнее, если это сделать по таблице № 3. Из таблицы видно, что вероятность $\max \overset{+}{\overset{+}{Г}}{}^{+}(\overset{+}{\overset{+}{Г}}{}^{+} \approx C)$, т.е. наиболее вероятным по количеству насытившихся щук являются три или четыре.

Для решения задачи № 4 автор дает второй вариант с помощью теории множеств. Есть еще решение этой задачи с помощью уравнений.

Следует отметить, что приведенные в пособии способы решения задач и доказательства теорем интересны и полезны для учащихся, студентов и всех, интересующихся математикой.

Пособие «Опыт нетрадиционного подхода к преподаванию математики в средней школе» А.П. Богомолова представляет определенный интерес для преподавателей и методистов и окажет большую помощь учащимся и студентам при подготовке к различным конкурсным испытаниям. Настоятельно рекомендую учителям математики активно использовать данное пособие в своей практической работе.

