

К ВОПРОСУ ФОРМИРОВАНИЯ ЗНАНИЙ О СТОХАСТИЧНОСТИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

В.Д. Селютин, В.Н. Юшин

*Орловский государственный университет, г. Орел
Академия Федеральной Службы Охраны России, г. Орел*

Рассматривается вопрос о том, как в курсах физики и теории вероятностей можно ввести понятие о горизонте предсказуемости поведения нелинейных динамических систем. Статья носит методический характер.

Отличительной чертой современной науки является быстрый рост научной информации и все более усиливающаяся интеграция научных исследований. Эти особенности ставят проблемы методологического характера, которые необходимо решать в процессе разработки методики обучения соответствующей дисциплины.

Как известно, образовательные технологии высшей школы решают два основных вида задач, неразрывно связанных между собой. Первая из них состоит в разработке такой методики преподавания, которая обеспечивает усвоение студентами преподаваемого материала, т. е. отвечает на вопрос как учить. Вторая задача заключается в адаптации достижений современной науки в учебные курсы, т.е. отвечает на вопрос: чему учить. Заметим, что решение второй задачи особенно актуально в настоящее время.

В качестве одного из примеров трансформации достижений современной науки в учебные дисциплины рассмотрим элементы методики формирования знаний обучаемых в курсах физики и математики об одном из фундаментальных открытий современной науки – стохастичности динамических систем.

Формирование знаний обучаемых о стохастичности динамических систем предполагает необходимость введения целого ряда новых понятий: о фазовом пространстве, локальной неустойчивости, эргодичности и перемешивании, критерию стохастичности, странном аттракторе, сценария перехода к хаосу, фрактальным структурам [3]. Один из возможных вариантов технологии формирования знаний о динамическом хаосе в вузовском курсе общей физики предложен в работе [4].

Здесь мы уделим внимание тому, как в курсах физики и теории вероятностей можно ввести понятие о горизонте предсказуемости поведения нелинейных динамических систем.

Приступая к изложению учебного материала, говорим о том, что до недавнего времени в науке господствовало представление о полной предсказуемости поведения любых динамических систем. Традиционное же понимание об областях, где действуют законы статистической физики, заключалось в том, что взаимодействующих частиц должно быть достаточно велико (статистические теории Максвелла и Больцмана, радиоактивный распад, шумы в радиоэлектронных устройствах и т. д.) или же на систему действуют случайные силы (броуновское движение). Тем не менее, сейчас известно, что в сколь угодно большом числе достаточно сложного взаимодействующих частиц хаоса может и не быть и, наоборот, хаос возникает в системе всего лишь из двух связанных нелинейных осцилляторов.

Обращаем внимание на то, что исследования нелинейных динамических систем указывало на ограниченность предсказательных возможностей классической физики. В результате объединенных усилий математиков, физиков и механиков в начале 70х годов прошлого века сформировалось качественно новое представление о характере динамических процессов, а именно, представление о локальной неустойчивости поведения большинства нелинейных физических систем и о важнейшей роли хаотических и стохастических движений, которые не допускают предсказаний на длительные промежутки времени.

Главная черта хаотических систем состоит в том, что малое возмущение начальных условий для динамической переменной или же малое изменение параметров самой динамической системы приводит к непредсказуемости результирующего поведения за конечное время, которое называют горизонтом предсказуемости.

Ввести понятие о горизонте предсказуемости можно, рассмотрев соотношение между исследуемым, наблюдаемым и модельным процессами [5]. Взаимосвязь между этими процессами показана на рис. 1, на котором: $a(t)$ – реальный процесс (штриховая линия); $b(t)$ – наблюдаемый процесс (жирная линия); $c(t)$ – модельный процесс (тонкая линия). При сравнительно небольших помехах наблюдаемый процесс $b(t)$ слабо отличается от реального процесса $a(t)$ при любых значениях t , при которых регистрирующие приборы исправны. В то же время прогноз $c(t)$ близок к $b(t)$ только на ограниченном интервале, который можно назвать временем предсказуемого поведения или, если отождествить предсказуемость с детерминированностью, временем детерминированного поведения τ_{det} .

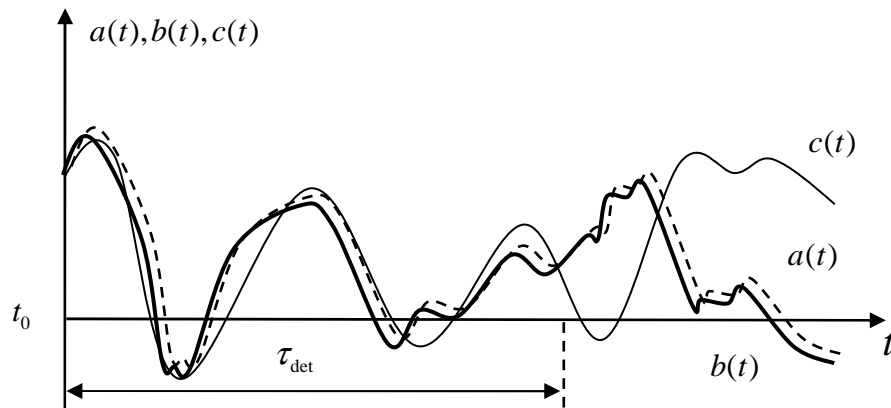


Рис. 1

Наиболее распространенной мерой качества прогноза служит средний квадрат ошибки

$$\sigma^2 = \langle |b(t) - c(t)|^2 \rangle.$$

Из начальных условий следует, что дисперсия σ^2 в начальный момент времени $t = t_0$ равна нулю. На достаточно больших интервалах времени, когда положительные и отрицательные значения произведения bc встречаются одинаково часто, процессы $b(t)$ и $c(t)$ становятся статистически независимыми: $\langle bc \rangle = 0$, при этом дисперсия выражается через сумму средних квадратов: $\sigma^2 = \langle b^2 \rangle + \langle c^2 \rangle$.

Величину $\varepsilon = \frac{\langle |b - c|^2 \rangle}{\langle b^2 \rangle + \langle c^2 \rangle}$ называют относительной ошибкой. При $t \rightarrow \infty$ она стремится к 1.

Корреляционная мера качества прогноза вводится как нормированная корреляционная функция:

$$D(\tau) = \frac{\langle b(t)c(t) \rangle}{\sqrt{\langle b^2(t) \rangle \langle c^2(t) \rangle}}, \text{ где } t = t_0 + \tau.$$

По модулю $D(\tau)$ всегда меньше единицы. При использовании тождества $\langle bc \rangle = \frac{1}{2} \langle b^2 \rangle + \langle c^2 \rangle - \langle |b - c|^2 \rangle$ коэффициент корреляции $D(\tau)$ можно выразить через $\sigma^2 = \langle |b(t) - c(t)|^2 \rangle$ и через ε

$$D(\tau) = \frac{\langle b^2 \rangle + \langle c^2 \rangle - \sigma^2}{2\sqrt{\langle b^2(t) \rangle \langle c^2(t) \rangle}} = \frac{\langle b^2 \rangle + \langle c^2 \rangle}{2\sqrt{\langle b^2(t) \rangle \langle c^2(t) \rangle}} (1 - \varepsilon).$$

Из последнего выражения следует, что все три величины σ^2 , $D(\tau)$ и ε в равной степени могут быть использованы для описания качества прогноза. Все эти величины можно определить непосредственно из эксперимента, набрав необходимое количество данных и произведя обычное эмпирическое усреднение.

Качество предсказуемости можно охарактеризовать также функцией концентрации (вероятность попадания b в заданный интервал Δ возле прогноза c).

Коэффициент корреляции между наблюдением и прогнозом может служить характеристикой степени стохастичности или напротив детерминированности наблюдаемого процесса.

На малых временах τ , когда модельный процесс $c(t)$ еще не сильно отличается от $b(t)$, величина D близка к единице (рис. 2). В этом случае можно говорить о полностью детерминированном поведении процесса $b(t)$ относительно $c(t)$. В противоположность этому при достаточно больших τ величина D стремится к нулю, что свидетельствует о слабой предсказуемости наблюдаемого процесса $b(t)$ по отношению к модели $c(t)$. На рисунке 2 показана зависимость степени детерминированности от времени: I – область полностью детерминированного поведения, II – область частично детерминированного поведения, III – область стохастического поведения.

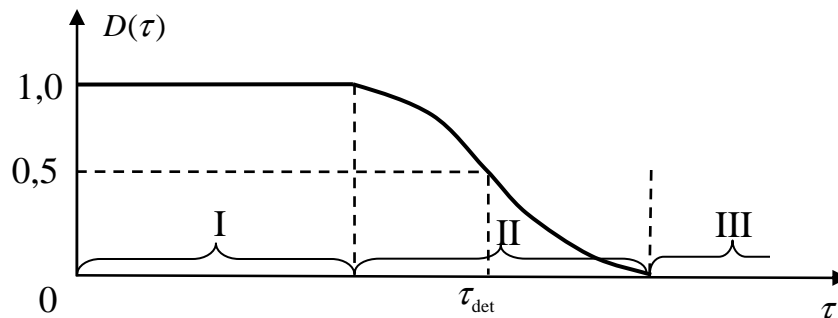


Рис. 2

Время, в течение которого величина D превышает некоторое значение, например $1/2$, выступает как время детерминированного поведения.

Наглядным примером, иллюстрирующим приведенные выше рассуждения, может быть рассказ о достоверности публикуемых в средствах массовой информации геомагнитных прогнозах неблагоприятных дней на месяц с точностью до нескольких часов [6]. Специалисты утверждают, что это абсолютно исключено. Специально созданные прогностические Центры в профессиональных учреждениях наиболее развитых стран, используя огромный объем данных, а также сиюминутные данные телескопов и спутников, имея оперативную информацию о вспышках и коронарных выбросах на Солнце, могут дать прогноз не более чем на сутки вперед с коэффициентом корреляции $0,7$. На третьи сутки коэффициент корреляции падает до $0,3$. Объяснение такого положения с прогнозом следующее. Даже наблюдая выброс плазмы на Солнце нельзя точно предсказать, попадет ли он на Землю. Невозможно также точно определить время, за которое плазма достигнет Земли. В лучшем случае прогноз звучит так «завтра, скорее всего во второй половине суток, возможна буря со средней или выше средней мощностью». Что же касается прогноза на месяц вперед, то специалисты ориентируются только на так называемую 27-дневную рекуррентность, связанную с периодом вращения Солнца вокруг своей оси. Естественно такой прогноз не может претендовать на высокую точность, поскольку ситуация на Солнце иногда меняется за минуты, а среднее время существования активных центров составляет 6-10 дней. Прогнозы, публикуемые в разных изданиях, содержат огромные ошибки. Они не имеют никакого отношения к прогнозам, которые дают серьезные научные центры.

В процессе изложения учебного материала важно отметить, что появление стохастичности (хаоса) является внутренним свойством динамической системы и не связано с действием каких-либо априори случайных сил. Принципиально важно то, что хаос (как внутреннее свойство системы) воз-

никает почти всегда и почти везде! И если мы его не всегда обнаруживаем, то лишь потому, что либо он возникает в очень узкой области параметров, либо проявляется на очень больших временах, либо вуалируется другими, более сильными процессами.

Завершая рассмотрение вопроса, делаем вывод о том, что статистические законы, а вместе с ними и статистическое описание относятся не только к очень сложным системам с большим числом степеней свободы, но и к динамическим системам у которых при некоторых значениях параметров наблюдается экспоненциальная неустойчивость движения. Поскольку таких систем очень много, то область приложений явления стохастичности оказалась необычайно широкой. Она охватывает практически все основные разделы современной физики.

Литература

1. *Орир Дж.* Физика: Пер. с англ. / Дж. Орир – М.: Мир, 1981. – Т. 1. - 336 с.
2. *Гладун А.Д.* Педагогические раздумья физика / А.Д. Гладун. – М.: МФТИ, 2005. – 104 с.
3. *Заславский Г.М.* Стохастичность динамических систем. / Г. М. Заславский. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984.– 272 с.
4. *Мартынов М.С., Долотин Ю.Г., Юшин В.Н.* Изучение динамического хаоса в общем курсе физики / М. С. Мартынов, Ю. Г. Долотин, В. Н. Юшин // Физическое образование в Вузах. - 2007. - Том 13. - № 3. – С. 83-94.
5. *Кравцов Ю.А.* Случайность, детерминированность, предсказуемость / Ю.А. Кравцов //УФН. - 1989. - Том 158. – Вып. 1. – С. 93-122.
6. *Обридко В.Н.* О так называемых «геомагнитных прогнозах неблагоприятных дней» / В.Н. Обридко // В защиту науки. Бюл. № 2. – М.: Наука, 2007. – С. 66-70.

To a question of formation of knowledge on stochastic dynamic systems

V.D.Seljutin, V.N.Jushin

The question on how in courses of physics and probability theory it is possible to enter concept about horizon of predictability of behaviors of nonlinear dynamic systems is considered. Article has methodical character.