2007 г   № 12

Труды ФОРА

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ АДСОРБЦИИ СМЕСЕЙ В ДВИЖУЩЕМСЯ СЛОЕ АДСОРБЕНТА

С.В. Исраилов, С.С. Юшаев*

Чеченский государственный педагогический институт, г. Грозный

Комплексный научно-исследовательский институт Российской Академии Наук, г. Грозный

В статье изучается установившийся процесс адсорбции смесей в движущемся слое адсорбента.

В последнее время непрерывные процессы адсорбции все чаще используются для разделения и очистки газовых смесей, поэтому представляет значительный интерес разработка методов расчетов этих процессов.

Статья посвящена рассмотрению установившегося процесса, при котором концентрации веществ не меняется с течением времени. Сверху адсорбционной колонки высотой H подается чистый адсорбент ($a_i=0$) со скоростью ω, а снизу колонки со скоростью V поступает паровоздушная смесь, содержащая n компонентов с концентрацией C_{io}. Пренебрегая в первом приближении влиянием выделяющегося тепла, будем считать, что скорость адсорбции пропорциональна, разносит между локальной концентрационной компоненты и концентрацией $C_{ip}=\varphi_i(a_1,a_2,\ldots,a_n)$, находящиеся в равновесии с величиной адсорбции a_i. Тогда уравнения материального баланса для твердой и газовой фаз i-й компоненты и граничные условия можно записать в следующем виде [1]:

$$\begin{cases} D_{эфф}=\dfrac{d^2C_i}{dx^2}=V\dfrac{dC_i}{dx}+\beta_i\left[C_i-\psi_i(a_1,a_2,...,a_n)\right] \\ \omega\dfrac{da_i}{dx}=\beta_i\left\lfloor C_i-\psi_i(a_1,a_2,...,a_n)\right\rfloor, \end{cases} \tag{1}$$

$$VC_{io}=VC_{io}(0)D_{эфф}\frac{dC_i}{dx},x=0,$$

$$a_i=0,D_{эфф}\frac{dC_i(H)}{dx}=0,x=H,i=\overline{1,n} \tag{2}$$

Если ввести безразмерные параметры и переменные

$$y_i=\frac{C_i}{C_{io}},Z_i\frac{a_i}{a_{io}},\Omega=\frac{v^2}{\beta_i D_{эфф}},\psi_i=\frac{a_{io}\omega}{C_{io}},$$

$$\varphi_i(z_1,z_2,...,z_n)=\frac{\varphi(a_1,a_2,...,a_n)}{C_{io}},\xi=\frac{x\beta_i}{V},L=\frac{H\beta_i}{V}, \tag{3}$$

$$\phi_i=\frac{\beta_1}{\beta_i},$$

то выражения (1) и (2) принимают вид:

---

* saidemi@mail.ru

$$\begin{cases} \dfrac{d^2 y}{d\xi^2} = \Omega\left\{\dfrac{dy_i}{d\xi} + \dfrac{1}{\phi_i}\left[y_i - \varphi\left(z_i, z_2, ..., z_n\right)\right]\right\}, \\ \dfrac{dz_i}{d\xi} = \dfrac{1}{\phi_i\varphi_i}\left[\varphi_i\left(z_1, z_2, ..., z_n\right) - y_i\right], \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} y_i(0) = 1 + \dfrac{1}{\Omega} z_i(0), \xi = 0, \\ z(L) = 0, \dfrac{1}{\Omega}\dfrac{dy_i(L)}{a\xi} = 0, \xi = L \end{cases} \quad (5)$$

Для случая малых концентраций изотерму адсорбции можно аппроксимировать уравнением Генри [2]: $\varphi_i\left(z_1, z_2, \ldots, z_n\right) = z_n, i = \overline{1,n}$, и система дифференциальных уравнений (4) переписывается следующим образом:

$$\begin{cases} y'' = \Omega\left\{y_i + \dfrac{1}{\phi_i}\left(y_i - z_i\right)\right\}, y_i' = \dfrac{dy_i}{d\xi}, \\ Z' = \dfrac{1}{\phi_i\psi_i}\left[z_i - y_i\right], z_i' = \dfrac{dz_i}{d\xi}. \end{cases} \quad (6)$$

Из (6) нетрудно получить уравнение

$$y' = \Omega y_i' - \Omega z_i' \quad (7)$$

Отсюда в силу условий (5) имеем

$$y_i{}'(\xi) = \Omega y_i'(\xi) - \Omega\,\psi_i\, z(\xi) - y_i(L), \quad (8)$$

поэтому

$$z_i(\xi) = \frac{-y_i'(\xi) + \Omega\,\psi_i z(\xi) - \Omega y_i(L)}{\Omega\,\psi}. \quad (9)$$

Тогда уравнением (8) преобразуется к уравнению 2-го порядка

$$y'' = \left[\Omega + \frac{1}{\psi_i\phi_i}\right]y' + \left[1 - \frac{1}{\psi_i}\right]\frac{\Omega}{\phi_i\psi_i} - y(L) \quad (10)$$

и его общим решением будет

$$y_i = e^{a_{i2}\xi} + \tilde{C}_{i2}\frac{e^{a_{i1}\xi}}{\alpha_{i1} - \alpha_{i2}}\tilde{C}_{i1} + \frac{\Omega y_i(L)}{\alpha_{i1}\alpha_{i2}\phi_i\psi_i} \quad (11)$$

где $\tilde{C}_{i1}, \tilde{C}_{i2}$ - произвольные постоянные, α_{i1}, α_{i2} - корни уравнения

$$K^2 - \left(\Omega + \frac{1}{\psi_i\phi_i}\right)K - \left(1 - \frac{1}{\psi_i}\right) = 0, i = \overline{1,n}. \quad (12)$$

Используя выражение (11) находим

$$y_i' = \frac{\alpha_{i1}}{\alpha_{i1} - \alpha_{i2}}e^{a_{i1}\xi}\tilde{C}_{i1} + \alpha_{i2}e^{a_{i2}}\tilde{C}_{i2}, i = \overline{1,n} \quad (13)$$

$$z_i(\xi) = \left[\frac{1}{\psi(\alpha_{i1} - \alpha_{i2})} - \frac{\alpha_{i1}}{\Omega\psi_i(\alpha_{i1} - \alpha_{i2})}\right]e^{a_{i1}\xi}\tilde{C}_{i1} + \left[\frac{1}{\psi_i} - \frac{\alpha_{i2}}{\Omega\psi_i}\right] + e^{\alpha_{i2}\xi} + \\ + \left[\frac{\Omega}{\alpha_{i1}\alpha_{i2}\phi_i\psi_i^2} - \frac{1}{\psi_i}\right]y_i(L), 1 = \overline{1,n}. \quad (14)$$

Чтобы легче было обращаться с формулами (11), (12), (13), (14),
введем обозначения

$$A_{i1}(\xi)=\frac{e^{\alpha_{i1}\xi}}{\alpha_{i1}-\alpha_{i2}},\, A_{i2}(\xi)\frac{e^{\alpha_{i2}\xi}}{1},\, A_{i3}=\frac{\Omega}{\alpha_{i1}\alpha_{i2}\phi_i\psi_i},,$$

$$B_{i1}(\xi)=\frac{e^{\alpha_{i1}\xi}}{\alpha_{i1}-\alpha_{i2}},\, B_{i2}(\xi)=\alpha_{i2}e^{\alpha_{i2}\xi},\, M_{i1}(\xi)=\frac{(\Omega-\alpha_{i1})e^{\alpha_{i1}\xi}}{\Omega\psi_i(\alpha_{i1}-\alpha_{i2})},$$

$$M_{i2}(\xi)=\frac{(\Omega-\alpha_{i1})e^{\alpha_{i1}\xi}}{\Omega\psi_i},\, M_{i3}(\xi)=\frac{\Omega-\alpha_{i1}\alpha_{i2}\phi_i\psi_i}{\alpha_{i1}\alpha_{i2}\phi_i\psi_i^2} \tag{15}$$

и запишем их как систему

$$\begin{cases} y_i(\xi)=A(\xi)\tilde{C}_{i1}+A_{i3}(\xi)y_i(L), \\ y_i'(\xi)=B_{i1}\tilde{C}_{i1}+B_{i2}(\xi)\tilde{C}_{i2}, \\ z_i(\xi)=M_{i1}(\xi)\tilde{C}_{i1}+M_{i2}(\xi)\tilde{C}_{i2}+M_{i3}(\xi)y_i(L). \end{cases} \tag{16}$$

Из первого равенства в (16) при $\xi = L$ имеем

$$y_i(L)=\frac{A_{i1}(L)\tilde{C}_{i1}+A_{i2}(L)\tilde{C}_{i2}}{1-A_{i3}(L)} \tag{17}$$

и, следовательно, система (16) принимает вид:

$$\begin{cases} y_i(\xi)=\tilde{A}_{i1}(\xi)\tilde{C}_{i1}+\tilde{A}_{i2}(\xi)\tilde{C}_{i2}, \\ y_i'(\xi)=\tilde{B}_{i1}(\xi)\tilde{C}_{i1}+\tilde{B}_{i2}(\xi)\tilde{C}_{i2}, \\ z_i(\xi)=\tilde{M}_{i1}(\xi)\tilde{C}_{i1}+\tilde{M}_{i2}(\xi)\tilde{C}_{i2},\, i=\overline{1,n}, \end{cases} \tag{18}$$

где

$$\begin{cases} \tilde{A}_{i1}(\xi)=\tilde{A}_{i1}(\xi)+\dfrac{A_{i1}(L)A_{i3}}{1-A_{i3}},\, \tilde{A}_{i2}(\xi)=\tilde{A}_{i2}(\xi)+\dfrac{A_{i2}(L)A_{i3}}{1-A_{i3}}, \\ \tilde{B}_{i1}(\xi)=B_{i1}(\xi),\, \tilde{B}_{i2}(\xi)=B_{i2}(\xi),\overline{1,n}, \\ \tilde{M}_{i1}(\xi)=M_{i1}(\xi)+\dfrac{A_{i1}(L)A_{i3}}{1-A_{i3}},\, \tilde{M}_{i1}(\xi)=M_{i2}(\xi)+\dfrac{A_{i2}(\xi)M_{i3}}{1-A_{i3}}. \end{cases} \tag{19}$$

Произвольные постоянные $\tilde{C}_{i1},\tilde{C}_{i2}$ в системе (18) подберем так, чтобы выполнялись граничные условия (3).

Тогда получим окончательные выражения:

$$\begin{cases} y_i(\xi)=\dfrac{\tilde{A}_{i1}(\xi)\tilde{M}_{i2}(L)-\tilde{A}_{i2}(\xi)\tilde{M}_{i1}(\xi)}{A_{i1}^*(0)\tilde{M}_{i1}(L)-A_{i2}^*\tilde{M}_{i1}(L)}, \\ z_i(\xi)=\dfrac{\tilde{M}_{i1}(\xi)\tilde{M}_{i2}(L)-\tilde{M}_{i2}(\xi)\tilde{M}_{i1}(L)}{A_{i1}^*(0)\tilde{M}_{i2}(L)-A_{i2}^*(0)\tilde{M}_{i1}(L)} \end{cases} \tag{20}$$

С учетом равенств $C_i = C_{i0}y_i, a_i = a_{i0}z_i, i=\overline{1,n}$ имеем формулы для определения концентрации $C_i(x)$ i-й компоненты смеси:

$$C_i(x)=C_{i0}\frac{\tilde{A}_{i1}\left(\dfrac{x\beta_i}{V}\right)\tilde{M}_{i2}\left(\dfrac{H\beta_i}{V}\right)-\tilde{A}_{i2}\left(\dfrac{x\beta_i}{V}\right)\tilde{M}_{i2}\left(\dfrac{H\beta_i}{V}\right)}{A_{i1}^*(0)\tilde{M}_{i2}\left(\dfrac{H\beta_i}{V}\right)-A_{i2}^*(0)\tilde{M}_{i1}\left(\dfrac{H\beta_i}{V}\right)} \tag{21}$$

$$a_i(x) = a_{i0} \frac{\tilde{M}_{i1}\left(\frac{x\beta_i}{V}\right)\tilde{M}_{i2}\left(\frac{H\beta_i}{V}\right) - \tilde{M}_{i1}\left(\frac{x\beta_i}{V}\right)\tilde{M}_{i1}\left(\frac{x\beta_i}{V}\right)}{A_{i1}^*(0)\tilde{M}_{i2}\left(\frac{H\beta_i}{V}\right) - A_{i2}^*(0)\tilde{M}_{i1}\left(\frac{H\beta_i}{V}\right)}, i = \overline{1,n}.$$

Данные эксперимента показывают, что формулы (21) представляют собой достаточно точную математическую модель динамики абсорбции смесей в движущемся слое абсорбента [2] для случая изотермы Генри.

Решение системы (1) с краевыми условиями (2) будет рассмотрено для изотермы адсорбции, представленной интерполяционной формулой Ленгмюра в следующей статье.

Литература

1. *Баранов Е.И.*, *Лезин Ю.С.* и др. Исследование динамики адсорбции смесей в движущемся слое адсорбента. Сб. «Кинетика и динамика физической адсорбции, «Наука», 1973.
2. *Исраилов С.В. Опришко А.А.* Интегральная модель динамики адсорбции в кипящем слое. Тезисы докладов Всесоюзной технической конференции «Гермец - 75», г. Ленинград.
3. *Исраилов С.В. Юшаев С.С.* Некоторые вопросы математической модернизации процессов сорбции и кристаллизации, Грозный 2002, с. 71.

Examination of dynamics of adsorption of mixtures in a moving adsorbent bed

S.V. Israilov, S.S. Yushaev

In paper the erected process of adsorption of mixtures in a moving adsorbent bed is studied.

