ОБ ОДНОМ ЛИНЕЙНОМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОМ УРАВНЕНИИ ДРОБНОГО ПОРЯДКА

О. П. Шевякова

Майкопский государственный технологический институт, г. Майкоп

В статье рассматривается вопрос о представлении решения линейного дифференциального уравнения дробного порядка в виде сходящегося степенного ряда и полинома.

В работах [1, 2] изучаются линейные дифференциальные уравнения второго порядка со слабой сингулярностью. В этой статье рассматривается вопрос о представлении решения линейного дифференциального уравнения дробного порядка в виде сходящегося степенного ряда.

Теорема 1. *Уравнение*

$$(x-x_o)^{-2}D_{ox}^{-2}y(x)+(x-x_o)^{-1}a(x)D_{ox}^{-1}y(x)+b(x)y(x)=0 \tag{1}$$

со слабой сингулярностью в точке x_0, коэффициенты которого $a(x)$ и $b(x)$ представляются при $|x-x_o|<r$ рядами

$$a(x)=\sum_{k=0}^{\infty}a_k(x-x_o)^k,\quad b(x)=\sum_{k=0}^{\infty}b_k(x-x_o)^k,$$

имеет решение в виде обобщенного степенного ряда

$$y(x)=(x-x_o)^p\sum_{k=0}^{\infty}c_k(x-x_o)^k,\quad c_o\neq 0, \tag{2}$$

где p – «больший» корень определяющего уравнения

$$\frac{1}{2(p+1)(p+2)}+\frac{a_o}{p+1}+b_o=0, \tag{3}$$

причём степенной ряд (2) сходится в некоторой окрестности точки x_o.

Замечание. Если p_1, p_2 корни уравнения (3), то в качестве p берут тот из корней, для которого $Re(p-p_1)\geq 0$, $Re(p-p_2)\geq 0$. Если p_1 и p_2 вещественные и различные корни, то это означает, что p – наибольший корень. В дальнейшем будем считать p_1 и p_2 вещественными и при нецелых p, что

$$(x-x_o)^p=\begin{cases}(x-x_o)^p & \text{при } x-x_o>0,\\ |x-x_o|^p e^{i\pi p} & \text{при } x-x_o<0.\end{cases}$$

Доказательство. Без уменьшения общности будем считать, что $x_o=0$.
С учётом (2) найдём

$$D_{ox}^{-2}y(x)=\frac{1}{2!}\int_0^x\frac{y(\tau)}{(x-\tau)^{-1}}d\tau=\frac{1}{2}\int_0^x(x-\tau)y(\tau)d\tau=\frac{1}{2}\int_0^x(x-\tau)\sum_{k=0}^{\infty}c_k\cdot\tau^{p+k}\cdot d\tau=$$

$$=\frac{1}{2}\sum_{k=0}^{\infty}c_k\int_0^x\left(x\tau^{p+k}-\tau^{p+k+1}\right)d\tau=\frac{1}{2}\sum_{k=0}^{\infty}c_k\left.\left(\frac{x\tau^{p+k+1}}{p+k+1}-\frac{\tau^{p+k+2}}{p+k+2}\right)\right|_0^x=$$

$$=\frac{1}{2}\sum_{k=0}^{\infty}c_k\left(\frac{x^{p+k+2}}{p+k+1}-\frac{x^{p+k+2}}{p+k+2}\right)=\frac{1}{2}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{c_k}{(p+k+1)(p+k+2)}\cdot x^{p+k+2}.$$

$$D_{ox}^{-1}y(x)=\frac{1}{1!}\int_0^x y(\tau)d\tau=\int_0^x\sum_{k=0}^{\infty}c_k\tau^{p+k}d\tau=\sum_{k=0}^{\infty}c_k\int_0^x\tau^{p+k}d\tau=$$
$$=\sum_{k=0}^{\infty}c_k\frac{\tau^{p+k+1}}{p+k+1}\Bigg|_0^x=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{c_k}{p+k+1}x^{p+k+1}.$$

Подставляя $y(x)$, $D_{ox}^{-2}y(x), D_{ox}^{-3}y(x), a(x)$ и $b(x)$ в уравнение (1), получим

$$x^{-2}\frac{1}{2}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{c_k}{(p+k+1)(p+k+2)}x^{p+k+2}+x^{-1}\sum_{k=0}^{\infty}a_kx^k\sum_{k=0}^{\infty}\frac{c_k}{p+k+1}x^{p+k+1}+$$
$$+\sum_{k=0}^{\infty}b_kx^k\cdot\sum_{k=0}^{\infty}c_kx^{p+k}=0;$$
$$\frac{1}{2}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{c_k}{(p+k+1)(p+k+2)}x^{p+k}+\sum_{k=0}^{\infty}a_kx^k\sum_{k=0}^{\infty}\frac{c_k}{p+k+1}x^{p+k}+\sum_{k=0}^{\infty}b_kx^k\sum_{k=0}^{\infty}c_kx^{p+k}=0$$

или

$$\sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{c_k}{2(p+k+1)(p+k+2)}+a_o\cdot\frac{c_k}{p+k+1}+a_1\cdot\frac{c_{k-1}}{p+k}+\dots+\right.$$
$$\left.+a_{k-1}\cdot\frac{c_1}{p+2}+a_k\cdot\frac{c_o}{p+1}+b_oc_k+b_1c_{k-1}+\dots+b_kc_o\right)\cdot x^{p+k}=0 \qquad (4)$$

Для нахождения значений c_k приравняем к нулю коэффициенты при x^{p+k}.
При $k = 0$ получим

$$\frac{c_o}{2(p+1)(p+2)}+a_o\frac{c_o}{p+1}+b_oc_o=c_o\left(\frac{1}{2(p+1)(p+2)}+\frac{a_o}{p+1}+b_o\right)=c_oQ(p)=0.$$

Если $c_o=0$, то получается тривиальное решение. Поэтому $c_o\neq 0$ и для определённости будем считать $c_o=1$. Значение p определим соотношением

$$Q(p)\equiv\frac{1}{2(p+1)(p+2)}+\frac{a_o}{p+1}+b_o=0, \qquad (5)$$

которое назовем определяющим уравнением.

Пусть p_1 и p_2 корни уравнения (5). Если $p_1-p_2\notin Z$, то в качестве p возьмем любой из корней, в противном случае берётся тот из корней, для которого $Re(p-p_1)\geq 0$ и $Re(p-p_2)\geq 0$ (при таком выборе $p+k$ при любом $k\geq 1$ не совпадает с отброшенным корнем, а значит $Q(p+k)\neq 0$). Такой выбор p определяется структурой уравнений, полученных из (4), для определения коэффициентов:

$$\begin{array}{l|l}
x^p(k=0) & \left(\frac{1}{2(p+1)(p+2)}+\frac{a_o}{p+1}+b_o\right)c_o=0,\\
x^{p+1}(k=1) & \left(\frac{1}{2(p+2)(p+3)}+\frac{a_o}{p+2}+b_o\right)c_1+a_1\cdot\frac{c_o}{p+1}+b_1\cdot c_o=0,\\
x^{p+2}(k=2) & \left(\frac{1}{2(p+3)(p+4)}+\frac{a_o}{p+3}+b_o\right)c_2+a_1\cdot\frac{c_o}{p+2}+a_2\cdot\frac{c_o}{p+1}+b_1c_1+b_2c_o=0,\\
\dots & \dots\\
x^{p+k} & \left(\frac{1}{2(p+k+1)(p+k+2)}+\frac{a_o}{p+k+1}+b_o\right)c_k+Q_k(c_o,\dots,c_{k-1})=0.\\
\dots & \dots
\end{array}$$

(6)

Коэффициентом при c_k ($k \geq 1$)стоит величина

$$Q(p+k) = \frac{1}{2(p+k+1)(p+k+2)} + \frac{a_o}{p+k+1} + b_o,$$

$Q(p+k) \neq 0$ в силу выбора p. $Q_k(c_o,\dots,c_{k-1}) = Q_k$ есть линейная форма от $c_o, \dots, c_{k-1}$,

$$Q_k = \left(\frac{a_1}{p+k} + b_1\right)c_{k-1} + \left(\frac{a_2}{p+k-1} + b_2\right)c_{k-2} + \cdots + \left(\frac{a_k}{p+1} + b_k\right)c_o = \\ = \sum_{j=0}^{k-1}\left(\frac{a_{k-j}}{p+j+1} + b_{k-j}\right)c_j. \tag{7}$$

Из системы (6) можно последовательно определить коэффициенты

$$c_k = -Q_k / Q(p+k), \quad k \geq 1. \tag{8}$$

Докажем сходимость полученного ряда $\sum_{k=0}^{\infty} c_k x^k$.

Так как

$$\begin{aligned} Q(p+k) &= \frac{1}{2(p+k+1)(p+k+2)} + \frac{a_o}{p+k+1} + b_o = \\ &= \frac{1 + 2a_o(p+k+2) + 2b_o(p+k+1)(p+k+2)}{2(p+k+1)(p+k+2)} = \\ &= \frac{[1 + 2a_o(p+2) + 2b_o(p+1)(p+2)] + 2a_o k + 2b_o(2p+3)k + 2b_o k^2}{2(p+k+1)(p+k+2)} = \\ &= \frac{2b_o k\left[k + 2p + \left(3 + \dfrac{a_o}{b_o}\right)\right]}{2(p+k+1)(p+k+2)} = \frac{b_o k[k + 2p - (p_1 + p_2)]}{(p+k+1)(p+k+2)} = \\ &= \frac{b_o k[k + (p - p_1) + (p - p_2)]}{(p+k+1)(p+k+2)} \end{aligned} \tag{9}$$

(мы использовали тот факт, что $Q(p) = 0$ и $p_1 + p_2 = -\left(\frac{a_o}{b_o} + 3\right)$).

Построим мажорантный ряд $\sum_{k=0}^{\infty} q_k x^k$.

Положим $q_k = |c_k|$ при $k \leq |p_1 - p_2|$, исходя из равенства (8), при $k > |p_1 - p_2|$ имеем

$$|c_k| = |Q_k| / |Q(p+k)|.$$

Также воспользуемся тем, что в силу (9)

$$|Q(p+k)| \geq \left|\frac{b_0}{(p+k+1)(p+k+2)}\right| k(k - |p_1 - p_2|). \tag{10}$$

Пусть ρ – произвольное положительное число, $\rho < r$. Из сходимости рядов $\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ и $\sum_{k=0}^{\infty} b_k x^k$ следует, что найдется положительное число M такое, что

$$\left|a_k\right| < \frac{M}{\rho^k}, \left|b_k\right| < \frac{M}{\rho^k}.$$

Используя формулу (7), получим

$$\left|Q_k\right| \le M\left[\left(\frac{1}{p+k}+1\right)\frac{\left|c_{k-1}\right|}{\rho}+\left(\frac{1}{p+k-1}+1\right)\frac{\left|c_{k-2}\right|}{\rho^2}+\ldots+\left(\frac{1}{p+1}+1\right)\frac{\left|c_o\right|}{\rho^k}\right]. \quad (11)$$

Предположим, что при $k > |\, p_1 - p_2|$, выполняется равенство

$$\left|\frac{b_o}{(p+k+1)(p+k+2)}\right| k\left(k-\left|p_1-p_2\right|\right)q_k =$$
$$= M\left[\left(\frac{1}{p+k}+1\right)\frac{q_{k-1}}{\rho}+\left(\frac{1}{p+k-1}+1\right)\frac{q_{k-2}}{\rho^2}+\ldots+\left(\frac{1}{p+1}+1\right)\frac{q_o}{\rho^k}\right] \quad (12)$$

Покажем, что $q_k \ge |c_k|$.
Учитывая равенство (10), получаем

$$\left|Q_k\right| \ge \left|\frac{b_o}{(p+k+1)(p+k+2)}\right| \cdot k \cdot \left(k-\left|p_1-p_2\right|\right) \cdot \left|c_k\right|. \quad (13)$$

С учетом равенства (12) и неравенства (11), получаем двойное неравенство:

$$\frac{1}{q_k}\cdot M \cdot \sum_{i=0}^{k-1}\left(\frac{1}{p+k-i}+1\right)\frac{q_{k-1-i}}{\rho^{i+1}} \le \left|Q(p+k)\right| \le \frac{1}{\left|c_k\right|}\cdot M \cdot \sum_{i=0}^{k-1}\left(\frac{1}{p+k-i}+1\right)\frac{\left|c_{k-1-i}\right|}{\rho^{i+1}}. \quad (14)$$

Предположим, по индукции, что $q_i \ge |c_i|$, для $i = 0, 1, \ldots, k-1$.
Тогда разность

$$\sum_{i=0}^{k-1}\left(\frac{1}{p+k-i}+1\right)\frac{q_{k-1-i}}{\rho^{i+1}} - \sum_{i=0}^{k-1}\left(\frac{1}{p+k-i}+1\right)\frac{\left|c_{k-1-i}\right|}{\rho^{i+1}} =$$
$$= \sum_{i=0}^{k-1}\left(\frac{1}{p+k-i}+1\right)\frac{\left(q_{k-1-i}-\left|c_{k-1-i}\right|\right)}{\rho^{i+1}} \ge 0,$$

откуда следует, что

$$\left(\sum_{i=0}^{k-1}\left(\frac{1}{p+k-1}+1\right)\frac{q_{k-1-i}}{\rho^{i+1}}\right) : \left(\sum_{i=0}^{k-1}\left(\frac{1}{p+k-i}+1\right)\frac{\left|c_{k-1-i}\right|}{\rho^{i+1}}\right) \ge 1.$$

Следовательно, из неравенства (14), получаем $\frac{q_k}{\left|c_k\right|} \ge 1$, откуда следует, что $q_k \ge |c_k|$.

Из равенства (12) при $k - 1$, получаем

$$\left|\frac{b_o}{(p+k)(p+k+1)}\right|(k-1)\left(k-1-\left|p_1-p_2\right|\right)q_{k-1} = M\sum_{i=1}^{k-1}\left(\frac{1}{p+k-i}+1\right)\frac{q_{k-1-i}}{\rho^{i+1}} \quad , (15)$$

равенство (12) примет вид:

$$\left|\frac{b_o}{(p+k+1)(p+k+2)}\right| k\left(k-\left|p_1-p_2\right|\right)q_k =$$
$$= \left|\frac{b_o}{(p+k)(p+k+1)}\right|(k-1)\left(k-1-\left|p_1-p_2\right|\right)q_{k-1} + M\left(\frac{1}{p+k}+1\right)\frac{q_{k-1}}{\rho}. \quad (16)$$

Из равенства (16) найдем отношение $\frac{q_{k-1}}{q_k}$:

$$\frac{q_{k-1}}{q_k}=\left(\rho\left|\frac{b_o}{(p+k+1)(p+k+2)}\right|\cdot k\cdot\left(k-|p_1-p_2|\right)\right):$$

$$:\left(\rho\left|\frac{b_o}{(p+k)(p+k+1)}\right|(k-1)(k-1-|p_1-p_2|)+M\left(\frac{1}{p+k}+1\right)\right),$$

откуда вытекает, что $\frac{q_{k-1}}{q_k}\to\frac{\rho\, b_o}{\rho\, b_o+M}$ при $k\to\infty$.

Это означает, что мажорантный ряд $\sum_{k=0}^{\infty}q_k x^k$ сходится при $|x|<\frac{\rho b_o}{\rho b_o+M}$. Тогда тем более сходится при $|x|<\frac{\rho b_o}{\rho b_o+M}$ исходный ряд $\sum_{k=0}^{\infty}c_k x^k$. Поскольку ρ можно взять как угодно близко к *r*, этим доказана сходимость ряда $\sum_{k=0}^{\infty}c_k x^k$ при $|x|<\frac{rb_o}{rb_o+M}$.

Теорема 2. Уравнение

$$x^{-2}D_{0x}^{-2}y(x)+x^{-1}a(x)D_{0x}^{-1}y(x)+b(x)y(x)=0, \tag{17}$$

коэффициенты которого *a(x)* и *b(x)* представлены многочленами

$$a(x)=P_n(x)=\sum_{i=0}^{n}a_i x^{n-i},$$
$$b(x)=Q_n(x)=\sum_{i=0}^{n}b_i x^{n-i}, \tag{18}$$

имеет решение в виде многочлена

$$y(x)=\sum_{i=0}^{n}c_i x^{n-i}. \tag{19}$$

Доказательство. С учетом (19) найдем

$$D_{0x}^{-2}y(x)=\frac{1}{2!}\int_0^x(x-\tau)y(\tau)d\tau=\frac{1}{2}\int_0^x(x-\tau)\sum_{i=0}^{n}c_i\tau^{n-i}d\tau=$$
$$=\frac{1}{2}\sum_{i=0}^{n}\int_0^x\left(xc_i\tau^{n-i}-c_i\tau^{n-i+1}\right)d\tau=\frac{1}{2}\sum_{i=0}^{n}\left.\left(\frac{xc_i\tau^{n-i+1}}{n-i+1}-\frac{c_i\tau^{n-i+2}}{n-i+2}\right)\right|_0^x= \tag{20}$$
$$=\frac{1}{2}\sum_{i=0}^{n}\left(\frac{c_i x^{n-i+2}}{n-i+1}-\frac{c_i x^{n-i+2}}{n-i+2}\right)=\frac{1}{2}\sum_{i=0}^{n}\frac{c_i}{(n-i+1)(n-i+2)}x^{n-i+2}.$$

Аналогично получаем

$$D_{0x}^{-1}y(x)=\sum_{i=0}^{n}\frac{c_i}{n-i+1}x^{n-i+1}. \tag{21}$$

Подставив (18) – (21) в уравнение (17), получим

$$x^{-2}\frac{1}{2}\sum_{i=0}^{n}\frac{c_i}{(n-i+1)(n-i+2)}x^{n-i+2}+x^{-1}\sum_{i=0}^{n}a_i x^{n-i}\sum_{i=0}^{n}\frac{c_i}{n-i+1}x^{n-i+1}+$$
$$+\sum_{i=0}^{n}b_i x^{n-i}\sum_{i=0}^{n}c_i x^{n-i}=0;$$

или

$$\frac{1}{2}\sum_{i=0}^{n}\frac{c_i}{(n-i+1)(n-i+2)}x^{n-i}+\sum_{i=0}^{n}a_i x^{n-i}\sum_{i=0}^{n}\frac{c_i}{n-i+1}x^{n-i}+ \\ +\sum_{i=0}^{n}b_i x^{n-i}\sum_{i=1}^{n}c_i x^{n-i}=0. \qquad (22)$$

Сгруппировав в (22) коэффициенты при одинаковых степенях x^{n-i}, имеем

$$x^n\left(\frac{1}{2}\frac{c_0}{(n+1)(n+2)}+\frac{c_0}{n+1}a_n+\frac{c_1}{n}a_{n-1}+\frac{c_2}{n-1}a_{n-2}+\ldots+\right. \\ +\frac{c_{n-2}}{3}a_2+\frac{c_{n-1}}{2}a_1+c_n a_0+b_0c_n+b_1c_{n-1}+\ldots+ \\ \left.+b_{n-2}c_2+b_{n-1}c_1+b_nc_0\right)+ \\ +x^{n-1}\left(\frac{1}{2}\frac{c_1}{n(n+1)}+\frac{c_1}{n}a_n+\frac{c_2}{n-1}a_{n-1}+\ldots+\right. \\ \left.+\frac{c_{n-1}}{2}a_2+c_na_1+b_1c_n+b_2c_{n-1}+\ldots+b_{n-1}c_2+b_nc_1\right)+ \\ +x^{n-2}\left(\frac{1}{2}\frac{c_2}{(n-1)n}+\frac{c_2}{n-1}a_n+\frac{c_3}{n}a_{n-1}+\ldots+\right. \\ \left.+\frac{c_{n-1}}{2}a_3+c_na_2+b_2c_n+b_3c_{n-1}+\ldots+b_{n-1}c_3+b_nc_2\right)+\ldots+ \\ +x^2\left(\frac{1}{2}\frac{c_{n-2}}{3\cdot 4}+\frac{c_{n-2}}{3}a_n+\frac{c_{n-1}}{2}a_{n-1}+c_na_{n-2}+\right. \\ \left.+b_{n-2}c_n+b_{n-1}c_{n-1}+b_nc_{n-2}\right)+ \\ +x\left(\frac{1}{2}\frac{c_{n-1}}{2\cdot 3}+\frac{c_{n-1}}{2}a_n+c_na_{n-1}+b_{n-1}c_n+b_nc_{n-1}\right)+ \\ +\left(\frac{1}{2}\frac{c_n}{1\cdot 2}+c_na_n+b_nc_n\right)=0. \qquad (23)$$

Найдем значения c_i ($i=1,2,...,n$) в (19), приравняв последовательно коэффициенты при одинаковых степенях x в уравнении (23) к нулю.

Имеем

$$\left(\frac{1}{4}+b_n+a_n\right)c_n=0.$$

Далее найдем, что

$$\left(\frac{1}{12}+b_n+\frac{1}{2}a_n\right)c_{n-1}+(b_{n-1}+a_{n-1})c_n=0;$$

$$\left(\frac{1}{24}+b_n+\frac{1}{3}a_n\right)c_{n-2}+\left(b_{n-1}+\frac{1}{2}a_{n-1}\right)c_{n-1}+(b_{n-2}+a_{n-2})c_n=0;$$

$$\vdots$$

$$\left(\frac{1}{2(k+1)(k+2)}+b_n+\frac{1}{k+1}a_n\right)c_{n-k}+\left(b_{n-1}+\frac{1}{k}a_{n-1}\right)c_{n-k+1}+\ldots+$$

$$+\left(b_{n-k+1}+\frac{1}{2}a_{n-k+1}\right)c_{n-1}+\left(b_{n-k}+a_{n-k}\right)c_n=0;$$

$$\vdots$$

$$\left(\frac{1}{2(n+1)(n+2)}+b_n+\frac{1}{n+1}a_n\right)c_0+\left(b_{n-1}+\frac{1}{n}a_{n-1}\right)c_1+\ldots+$$

$$+\left(b_1+\frac{1}{2}a_1\right)c_{n-1}+\left(b_0+a_0\right)c_n=0.$$

Таким образом, получили систему уравнений

$$\frac{1}{2(n-i+1)(n-i+2)}c_i+\sum_{j=0}^{n-i}c_{n-j}\left(b_{i+j}+\frac{1}{j+1}a_{i+j}\right)=0,\ i=0,1,\ldots,n. \quad (24)$$

Определитель системы (24) имеет вид

$$\Delta=\begin{vmatrix} 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & \frac{1}{4}+b_n+a_n \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & \frac{1}{12}+b_n+\frac{1}{2}a_n & b_{n-1}+a_{n-1} \\ 0 & 0 & \ldots & \frac{1}{24}+b_n+\frac{1}{3}a_n & b_{n-1}+\frac{1}{2}a_{n-1} & b_{n-2}+a_{n-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \ldots & b_{n-k+2}+\frac{1}{3}a_{n-k+2} & b_{n-k+1}+\frac{1}{2}a_{n-k+1} & b_{n-k}+a_{n-k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \frac{1}{2n(n+1)}+b_n+\frac{1}{n}a_n & \ldots & b_3+\frac{1}{3}a_3 & b_2+\frac{1}{2}a_2 & b_1+a_1 \\ \frac{1}{2(n+1)(n+2)}+b_n+\frac{1}{n+1}a_n & b_{n-1}+\frac{1}{n}a_{n-1} & \ldots & b_2+\frac{1}{3}a_2 & b_1+\frac{1}{2}a_1 & b_0+a_0 \end{vmatrix}.$$

Система (24) имеет единственное тривиальное решение, если определитель $\Delta\neq 0$, и бесчисленное множество решений, если $\Delta=0$. Очевидно, что $\Delta\neq 0$, если произведение $P=\prod_{i=0}^{n}\left(\frac{1}{2(i+1)(i+2)}+b_n+\frac{1}{i+1}a_n\right)$ не равно нулю. Если же $P=0$, то и $\Delta=0$.

Значит, уравнение (17) имеет единственное решение $y(x)=0$ при $P\neq 0$. Если же имеет место равенство $P=0$, то последовательными подстановками в уравнения системы (24) можно найти значения всех коэффициентов c_i ($i=0,1,..,n$) решения (19).

Литература

1. *Лизоркин П.И.* Курс дифференциальных и интегральных уравнений с дополнительными главами анализа.–М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1981. – 384с.
2. *Hadia S. B., Grzaslewioz R.* On the solutions of certain type of differential equation with fractional derivative// Fract. Calculus and its Appl.; Proc. Int.Conf, Tokyo, May 25 – June 1, 1989. – Koriyama, 1990. – P.52-55.

On some of linear differential equation of fractional order

O.P. Sheviakova

The solution of linear differential equation of fractional order in power series form is considered.

