ПРОСТРАНСТВО, ВРЕМЯ И ДВИЖЕНИЕ

Л.Ф. Добро, В.И. Чижиков

Кубанский государственный университет, Краснодар

Обсуждаются физические представления о пространстве и времени, начиная с самых основ.

ВВЕДЕНИЕ

Пространство и время относятся к фундаментальным первичным понятиям, с которыми приходиться иметь дело во всех областях человеческой деятельности. Однако во многих случаях человек, соприкасаясь с ними, не особенно задумывается над их особенностями и ограничивается только интуитивными представлениями, приобретенными из наблюдений за явлениями повседневной жизни. При этом следует заметить, что в юности знакомство каждого со свойствами пространства, наряду с наблюдениями за окружающей действительностью, происходит и в школьном курсе евклидовой геометрии посредством изучения пространственных форм простейших геометрических фигур. Что же касается понятия времени, то, к сожалению, в школьном курсе физики оно подробно не обсуждается, да и в вузовских курсах общей физики часто не уделяется должного внимания введению этого понятия, как собственно и понятия пространства.

В общем случае физика и математика имеют своей задачей изучение количественных отношений окружающего нас мира. Однако понятия и объекты математики представляют собой абстракции наблюдаемых в природе количественных отношений и пространственных форм, а, главное, при этом математика никак не обращается к опыту. Физика, конечно, тоже использует идеализации, но в каждой конкретной задаче они всегда обосновываются. Поясним это на примере введения важного для физики и математики представления о вещественных числах.

Первоначальное представление о вещественных числах появляется при измерении отрезков, например, измерении длины стола с помощью линейки. Однако читателю хорошо известно из школьного курса математики, что этого недостаточно. Для измерения последовательных отрезков, их сравнения и др. необходимы сравнения чисел и действия над ними, то есть нужны операции над числами. В конечном итоге, для введения вещественных чисел в математике используется аксиоматический метод; они вводятся как множество элементов любой природы, удовлетворяющих набору аксиом (правил и свойств). Вещественные же числа в физике – это значения физических величин, полученных в результате измерения, то есть соотнесения физической величины с эталоном, принятым за единицу. Измеренные значения имеют погрешность, поэтому физические числа всегда обладают заданной точностью. Например, при использовании десятичной системы исчисления правильным будет только определенное количество десятичных знаков после запятой. Это обстоятельство учитывается при количественном описании отношений между физическими объектами. Заметим, что сам процесс измерения физических величин в общем случае представляет собой не простую задачу и является одним из элементов экспериментального исследования физических явлений. Во всем остальном физические числа аналогичны математическим числам.

Вернемся снова к геометрическим понятиям пространства. Основным понятием пространства является точка. По существу, пространство представляется конечным или бесконечным множеством точек. К начальным понятиям пространства также относятся линии и поверхности (в евклидовом пространстве – прямые линии и плоскости). Возможен аналитический способ описания количественных отношений между этими объектами путем введения координат точек. Согласно этому подходу каждой точке пространства ставится в соответствие упорядоченный набор вещественных чисел, называемых ее координатами. Это соответствие должно быть взаимно однозначным. Процедуру сопоставления упорядоченного набора вещественных чисел точке часто называют арифметизацией объектов пространства, а число координат – размерностью пространства. В случае трехмерного пространства точки будем обозначать как тройки чисел (x, y, z), а также буквой $\mathbf{r}$ (радиус-вектор). Точки линий и поверхностей определяются как решения соответствующих уравнений, которые имеют достаточно простой вид для прямых линий и плоскостей.

Кроме приведенных понятий, к первичным геометрическим понятиям пространства также относят расстояние между точками и понятие угла между двумя пересекающимися линиями, измеренного в точке пересечения. Именно эти понятия определяют основные геометрические свойства пространства.

Реальное трехмерное пространство – физическое пространство, в котором мы живем, в некотором приближении можно считать евклидовым. Поэтому свойства модельного евклидового пространства очень важны. В этом пространстве можно ввести декартовы прямоугольные координаты (евклидовы координаты) такие, что квадрат расстояния между двумя точками с координатами (x_1, y_1, z_1) и (x_2, y_2, z_2) равен

$$\Delta l^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 , \qquad (1)$$

где $\Delta x^2 = (x_2 - x_1)^2$; $\Delta y^2 = (y_2 - y_1)^2$; $\Delta z^2 = (z_2 - z_1)^2$. Естественно, что справедливость этого равенства должна быть подтверждена опытным путем. Например, квадрат расстояния между точками (x, y, z) и (0, 0, 0) определяется как сумма квадратов расстояний соответственно между точками (x, 0, 0), (0, y, 0), (0, 0, z) и точкой (0, 0, 0). Кроме того, в евклидовой геометрии сумма углов треугольника равна 180°. Поэтому в принципе измерение суммы углов также может ответить на вопрос о соответствии евклидовой модели пространства физическому пространству. В связи с этим еще в 1824 году К.Ф. Гаусс пытался обнаружить возможное отклонение суммы углов треугольника от 180°. Результат был отрицательный. По современным представлениям для обнаружения неевклидовости физического пространства, которое обусловлено влиянием на его свойства веществом и полями, нужно было проводить измерение углов с точностью не менее 10^{-16}. В настоящее время считается, что формула (1) справедлива, начиная с расстояний 10^{-16} м (может и меньше) и вплоть до ~ 10^{26} м.

Как уже подчеркивалось, физические представления об окружаемом мире тесно переплетены с пространственно-временными понятиями. В связи с этим, часто можно услышать высказывание, что развитие физики можно рассматривать как изучение и совершенствование наших представлений о пространстве и времени. Естественно, что все особенности свойств пространства и времени не возможно осветить в одной статье. Поэтому мы не рассматриваем влияние вещества и полей на геометрические свойства физического пространства и времени. Однако остальные принципиальные моменты представлений о пространстве и времени обсуждаются детально.

НЕРЕЛЯТИВИСТСКОЕ ДВИЖЕНИЕ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

Важным моментом в физике является определение движения. Изначально оно формулируется на примере определения механического перемещения тела и выглядит следующим образом. Движением тела называется изменение его положения относительного любого другого выбранного тела.

Как отмечалось во введении, однозначное положение точек в физическом пространстве указывается путем введения их координат. Поэтому для однозначного задания положения тела можно использовать систему координат. Но для этого тело надо заменить материальной точкой и поместить начало координат (0, 0, 0) на другое тело, относительно которого определяется положение материальной точки путем задания ее координат. Обратим внимание на то, что однозначность задания положения требует введения понятия материальной точки. Если тело нельзя считать в качестве таковой точки, то его нужно рассматривать как совокупность материальных точек.

Теперь обсудим количественное описание изменения положения. При изменении положения материальная точка совмещается с точками пространства. Для однозначного количественного описания этого изменения знания только их координат недостаточно. В частности, расстояние между разными точками может быть одинаковым. Поэтому нужно дополнительно задать отношение порядка для двух точек, указывая, какая точка начальная, а какая конечная.

Изменяемость объектов окружающего мира является универсальным свойством. Для качественного и количественного описания изменения вводят понятие времени. В физике используется время, значения которого измеряются с помощью физического прибора, называемого часами. С помощью часов фактически всегда измеряется промежуток времени. В качестве эталона времени используется какой-либо изменяющийся процесс, состоящий из последовательности циклов. В настоящее время за единицу времени – секунду принимается время, за которое совершается 9192631770 периодов колебаний электромагнитного излучения, испускаемого невозмущенным внешним полем атомом цезия-133 при переходе между соответствующими уровнями.

Чтобы упорядочить изменения физической величины во времени (начало, конец) нужно установить однозначное соответствие между значением физической величины и значением времени, что задается в виде функциональной связи, например, для положения точки как **r**(t). Это означает, что физическую величину можно измерить в любой момент времени. Само изменение физической величины определяется как разность конечного и начального значений. При этом изменение времени $\Delta t = t_2 - t_1$ – промежуток времени, за которое произошло изменение физической величины. В частности для изменения положения материальной точки: $\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}(t_2) - \mathbf{r}(t_1) = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$. Важной количественной характеристикой изменения физической величины является скорость – изменение за единицу времени.

В приведенном количественном описании изменения физических величин содержится ряд неявных допущений. Во-первых, использование колебательного процесса с любым значением периода колебаний в качестве эталона измерения времени означает, что значения времени можно представить как точки на числовой оси – на временной оси. Конечно, конкретное значение периода определяет минимальную погрешность измерения промежутка; она не может быть меньше периода колебаний. Во-вторых, измерение промежутка времени в разных точках пространства с помощью одних часов предполагает независимость течения времени от их местонахождения в пространстве, а это, как обсудим позже, верно только в определенном приближении. В-третьих, сам физический объект не влияет на свойства пространства и времени. В-четвертых, при выборе эталона времени предполагается неизменность периода цикла. Несовершенство же реальных эталонов является причиной их замены. Однако предположение об идеальности эталона фактически означает однородность времени – период циклического процесса остается всегда одним и тем же. К этому свойству однородности времени мы еще вернемся.

Итак, на примере введения количественного описания перемещения материальной точки мы установили его тесную связь со свойствами пространства и времени. Поэтому изучение различных характеристик движения позволяет развивать и уточнять физические представления о пространстве и времени.

В физике по ряду причин (неточность и неполнота знаний и др.) широко используются методы исследований, отличающиеся от формальных математических рассуждений. В математических рассуждениях каждое заключение должно строго следовать из предыдущей информации. В противоположность этому в физических рассуждениях, основанных на обращении к опыту, применяются предложения, гипотезы и модели. Это касается и свойств пространства и времени. Как уже отмечалось, при описании многих физических явлений можно использовать модель евклидового пространства, представления о котором возникли еще в глубокой древности. Далее, если часы движутся со скоростью, много меньшей скорости электромагнитного излучения в вакууме, то из опыта следует, что интервал времени, измеряемый с их помощью, не зависит от скорости, а также и от местонахождения в пространстве. Поэтому в этом приближении можно считать пространство и время, независимыми друг от друга, хотя из определения движения материальной точки это не следует.

В определении движения отражен опытный факт – его относительность. Мы можем рассматривать движение в различных системах отсчета (система координат с часами). Среди множества различных систем отсчета выделяют класс инерциальных систем, движущихся относительно друг друга с постоянной скоростью $\mathbf{V}_0$ и в которых описание физических процессов выглядит наиболее просто. Если учесть необходимость сравнивать результаты экспериментальных исследований физических явлений, то появляется очевидное предложение об одинаковости их протекания в различных инерциальных системах. Опыт свидетельствует о справедливости этого предположения. Оно представляет содержание так называемого принципа относительности. Иначе говоря, с помощью любого физического опыта нельзя определить, находится ли система отсчета в покое или в состоянии равномерного движения; равномерное движение системы не влияет на процессы, происходящие в ней.

Теперь обсудим более подробно описание движения материальной точки в различных системах координат. Сначала рассмотрим все возможные системы, связанные только с одним телом, относительно которого движется материальная точка. Очевидно, что расстояние между двумя точками евклидового физического пространства не должно зависеть от используемой системы координат. Если рассмотреть радиус-вектор положения материальной точки в двух системах координат, то однозначность соответствия координат и точки физического пространства требует выполнения равенства

$$\mathbf{r}(x', y', z') = \mathbf{r}(x, y, z). \tag{2}$$

Это соотношение в декартовых прямоугольных системах координат записывается в виде

$$x'\mathbf{i}' + y'\mathbf{j}' + z'\mathbf{k}' = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}. \tag{3}$$

С помощью последовательных умножений этого равенства на единичные векторы $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$ и $\mathbf{k}'$ или $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$ и $\mathbf{k}$ легко получить связь координат в этих системах

$$x' = x\mathbf{i}\mathbf{i}' + y\mathbf{j}\mathbf{i}' + z\mathbf{k}\mathbf{i}', \quad y' = x\mathbf{i}\mathbf{j}' + y\mathbf{j}\mathbf{j}' + z\mathbf{k}\mathbf{j}', \quad z' = x\mathbf{i}\mathbf{k}' + y\mathbf{j}\mathbf{k}' + z\mathbf{k}\mathbf{k}', \tag{4}$$

$$x = x\mathbf{i}'\mathbf{i} + y\mathbf{j}'\mathbf{i} + z\mathbf{k}'\mathbf{i}, \quad y = x\mathbf{i}'\mathbf{j} + y\mathbf{j}'\mathbf{j} + z\mathbf{j}'\mathbf{j}, \quad z = x\mathbf{i}'\mathbf{k} + y\mathbf{j}'\mathbf{k} + z\mathbf{k}'\mathbf{k}. \tag{5}$$

Очевидно, что преобразования координат (4) или обратное преобразование (5) выражаются через косинусы соответствующих углов между штрихованными и нештрихованными единичными векторами осей координат.

В связи с приведенными преобразованиями декартовых прямоугольных координат сделаем следующие замечания. Единичные векторы координатных осей можно выбрать в виде правой или левой троек. Обычно предпочтение отдают правым тройкам. Конечно, с таким же успехом можно использовать и левые тройки единичных векторов.

В школьном курсе физики и во многих курсах аналитической геометрии векторы определяются как направленные отрезки и с соответствующими линейными операциями над ними. Например, радиус-вектор есть направленный отрезок из точки (0, 0, 0) в точку (x, y, z). Такие представления о векторах достаточны, если ограничиться евклидовым пространством и декартовыми координатами. В общем же случае равенство (2) позволяет выбрать связь общего вида между штрихованными и нештрихованными координатами

$$x'^i = f^i(x^1, x^2, x^3), \quad x^1 = x, \quad x^2 = y, \quad x^3 = z\,. \tag{6}$$

Относительно этого общего преобразования координат радиус-вектор уже не является вектором. Подчеркнем, что речь идет об одной и той же точке физического пространства. Независимым от системы координат объектом является бесконечно малое смещение точки $\Delta\mathbf{r}$. Поэтому в основу определения вектора положено преобразование бесконечно малых изменений координат, которое следует из выражения (6). Однако мы на этом останавливаться не будем. Связь же декартовых прямоугольных координат одной и той же точки представляется линейными функциями (4) или (5).

Кроме прямоугольных координат можно определить множество других декартовых (аффинных) координат, если воспользоваться понятием линейной независимости векторов. Линейной комбинацией n векторов называют сумму $a_1\mathbf{b}_1 + a_2\mathbf{b}_2 + \ldots + a_n\mathbf{b}_n$, где коэффициенты $a_1, a_2, \ldots, a_n$ – любые вещественные числа. Для линейно независимых векторов эта сумма обращается в нуль, если только все коэффициенты равны нулю. В противном случае эти векторы будут линейно зависимыми. Использование определений линейной зависимости и независимости для случаев двух, трех и четырех векторов в трехмерном евклидовом пространстве приводит к следующим результатам (читатель легко может проверить и доказать). Два коллинеарных вектора (векторы на одной прямой или параллельных прямых) линейно зависимы. Если векторы неколлинеарные, то они линейно независимые. Три компланарных вектора (векторы в одной или параллельных плоскостях) всегда линейно зависимы. Три некомпланарных вектора линейно независимы. Любые четыре вектора линейно зависимы. Таким образом, любой вектор может быть представлен в виде линейной комбинации трех некомпланарных векторов. Коэффициенты линейной комбинации называются аффинными координатами вектора, а саму тройку некомпланарных векторов – аффинным базисом.

Декартовы прямоугольные координаты являются наиболее простыми. В этом случае квадрат расстояния между двумя точками пространства выражается как сумма квадратов непосредственно измеряемых величин (расстояний вдоль координатных осей). В других системах координат квадраты разностей координат могут не иметь непосредственного физического смысла (например, сферические, цилиндрические и другие системы координат). Такие системы координат называют математическими, в отличие от евклидовых или физических координат. Встает вопрос, а какие системы координат допустимы для описания движения материальной точки в евклидовом пространстве. Ответ простой. Описание движения материальной можно осуществлять с помощью любых координат (различных однозначных соответствий между тройками вещественных чисел и точками физического пространства), для которых квадрат расстояния путем замены координат (6) преобразуется в сумму квадратов, т.е. оставляет неизменной теорему Пифагора или функциональную связь квадрата расстояния от евклидовых координат (инвариантность формы). Иначе говоря, евклидово пространство должно оставаться евклидовым. По этой причине в евклидовом пространстве часто ограничиваются линейными преобразованиями (4) или (5) евклидовых координат, называемыми поворотами.

Если же использовать нелинейное преобразование координат (6), то необходимо принимать во внимание изменение вектора при его параллельном переносе в бесконечно близкую точку в криволинейных координатах. При этом бесконечно малое изменение вектора не будет вектором. Поэтому вводят понятие бесконечно малого ковариантного изменения вектора, преобразующегося как вектор при нелинейных связях координат. Для примера можно привести уравнение движения материальной точки с постоянной скоростью. В линейных системах координат оно записывается как $\Delta v^i/\Delta t = 0$, а в криволинейных – $\Delta v'^i/\Delta t + \Gamma^i_{jk}v'^j v'^k = 0$ (по повторяющимся индексам проводится суммирование от 1 до 3), где $\Gamma^i_{jk} = -(\Delta^2 x'^i)/\Delta x^m \Delta x^n)(\Delta x^m/\Delta x'^j)(\Delta x^n/\Delta x'^k)$ называется символом Кристоффеля. Это усложнение – аргумент в пользу использования линейных преобразований координат.

Относительно преобразований координат существуют две точки зрения: активная и пассивная. В соответствии с первой точкой зрения вращают точки или векторы пространства, а со второй – координатные оси. Кроме того, системы координат могут быть правыми и левыми, а сам поворот вокруг оси можно производить по правому или по левому винту. Переход от правой к левой системе координат можно осуществить путем изменения направлений всех координатных осей на противоположные или путем преобразования координат $\mathbf{r}' = -\mathbf{r}$ (Р-преобразование). При этом вращение по правому винту становится вращением по левому винту и наоборот. Прямым вычислением легко проверить, что теорема Пифагора при всех этих преобразованиях остается неизменной. Это можно продемонстрировать иначе.

Пусть задана ось вращения посредством единичного вектора **n**. Повернем радиус-вектор **r** по правому винту вокруг этой оси на угол φ. Новое положение точки **r′** будет определяться следующим выражением (разложением этого вектора по тройке некомпланарных векторов)

$$\mathbf{r}' = a\mathbf{n} + b\mathbf{r} + c[\mathbf{n}, \mathbf{r}], \tag{7}$$

где $a = \mathbf{nr}(r^2 - r^2\cos\varphi)/[r^2 - (\mathbf{nr})^2]$, $b = [r^2\cos\varphi - (\mathbf{nr})^2]/[r^2 - (\mathbf{nr})^2]$, $c = \sin\varphi$.

Если вектор **r** находится в плоскости, перпендикулярной оси вращения ($\mathbf{nr} = 0$), то формула (6) упрощается и принимает вид

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r}\cos\varphi + [\mathbf{n}, \mathbf{r}]\sin\varphi. \tag{8}$$

Наконец, при бесконечно малом угле поворота эта связь координат становится такой

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} + [\delta\boldsymbol{\varphi}, \mathbf{r}],\ \delta\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{n}\delta\varphi. \tag{9}$$

Очевидно, что вращение вектора, как и его отражение, не изменяет его длины, т.е. расстояние между двумя точками пространства остается неизменным.

Теперь обсудим преобразования координат при переходе от одной инерциальной системы координат к другой. Эти системы связаны с двумя телами отсчета, движущимися друг относительно друга с постоянной скоростью $\mathbf{V}_0$. Простое геометрическое построение дает следующую формулу преобразования координат

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} + \mathbf{V}_0 t. \tag{10}$$

К формуле (10) надо добавить связь времени в двух инерциальных системах координат

$$t' = t. \tag{11}$$

Преобразования (10, 11) называются преобразованиями Галилея. Они отражают евклидов характер пространства и предполагаемую независимость хода часов от скорости их движения и местонахождения. Эти преобразования также оставляют неизменным квадрат расстояния межу двумя точками пространства.

В общем случае вращение и преобразование координат (10) могут комбинироваться. Если обозначить вектор, полученный в результате вращения, как $C\mathbf{r}$, а $\mathbf{V}_0 t = \mathbf{b}$, то общее преобразование координат (комбинация поворота и трансляции) в евклидовом пространстве представляется в виде

$$\mathbf{r}' = C\mathbf{r} + \mathbf{b}. \tag{12}$$

Для количественного описания движения материальной точки, как и другого физического процесса, можно использовать любую допустимую систему координат. По этой причине в физике уделяется много внимания преобразованиям физических величин при переходе из одной системы координат в другую. С точки зрения поворотов все физические величины обладают определенным законом преобразования – либо тензоры, либо спиноры. На начальном этапе изучения физики обычно рассматривают только скалярные и векторные величины (тензоры нулевого и первого рангов соответственно). Фактически, тензорные физические величины записываются сразу во всех допустимых системах координат. Это обстоятельство уже было использовано нами при написании соотношения (2) и установления связи координат радиус-вектора в двух координатных системах (4, 5). Значения скалярных величин вообще не зависят от системы координат. Примером скалярных величин могут служить электрический заряд, температура и др.

Подводя промежуточный итог обсуждения механического движения, отметим, что движение материальной точки в механике Ньютона рассматривается как движение в евклидовом пространстве и абсолютном, несвязанном с пространством, времени.

РЕЛЯТИВИСТСКОЕ ДВИЖЕНИЕ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

До сих пор мы обсуждали свойства пространства и времени, исходя из повседневных наблюдений за объектами, скорости которых малы по сравнению со скоростью света в вакууме. Теперь попытаемся снять это ограничение.

Развитие физической науки чаще всего происходит совсем не так, как ее потом излагают. В большинстве случаев это оправдано, поскольку, в конечном итоге, ее целью является построение непротиворечивой, стройной системы знаний об окружающем мире. В процессе развития представлений об этом мире происходит накопление фактов, их систематизация, осмысление и выстраивание в виде общей концепции. Одним из концептуальных элементов развития физики есть экспериментальное изучение физических явлений и сравнение результатов, полученных разными исследователями. Мы также, в основном, не будем придерживаться хронологии развития релятивисткой механики и появления изменений в представлениях о пространстве и времени.

Тем не менее, заметим, что еще в 1869 году Дж. Максвелл обобщил экспериментальные данные по взаимодействию зарядов и токов и создал единую теорию электрических и магнитных явлений. Важным следствием уравнений Максвелла стало существование электромагнитного поля в виде волн. До Максвелла волны были известны только в веществе (распространение колебаний в газах, жидкостях и твердых телах). Волновое движение, наряду с движением тел, является важнейшим физическим понятием. Простейшие виды волн – плоские и сферические монохроматические волны. Главная особенность волнового движения – периодичность в пространстве (наряду с периодичностью во времени). Пространственный период называется длиной волны. Распространение волны представляется в виде движения волнового фронта – множества пространственных точек с одинаковой фазой. Определение движения точки волнового фронта фактически ничем не отличается от определения движения материальной точки. Сам Дж. Максвелл считал электромагнитные волны подобно механическим волнам, распространяющимся в материальной среде – эфире с необходимыми механическими свойствами. Однако важно другое, с открытием уравнений Максвелла и последующим их анализом стало очевидно, что взаимодействие электрических зарядов и токов распространяется с конечной скоростью и свет тоже представляет собой электромагнитные волны. Вместе с тем, в уравнениях Максвелла присутствовал и “недостаток” – они отличались в разных инерциальных системах координат, связанных преобразованием (10, 11). Последующий почти тридцатилетний анализ распространения света – электромагнитных волн в разных системах отсчета привел к уточнениям пространственно-временных представлений и доказал справедливость самих уравнений Максвелла.

По большому счету ничего принципиального не произошло. Прежде всего, пришлось вернуться к модели пространства и времени, следующей из определения движения. Согласно этой модели пространство и время неразрывны и образуют континуум – единое 4 мерное пространство-время. Как и в любом пространстве, изначально нужно определить расстояние между двумя точками (мировыми точками или событиями). Опыт свидетельствует о том, что квадрат этого расстояния (интервал) в галилеевых координатах имеет следующий вид

$$\Delta S^2 = c^2\Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2, \tag{13}$$

где c – константа с размерностью скорости. Формулу (13) можно рассматривать как поступательное определение метрики физического пространства-времени. Пространство с таким расстоянием между точками называется галилеевым или псевдоевклидовым. Принципиальным отличием (13) от (1) является наличие знаков минус. Если бы в (13) была бы сумма четырех расстояний, модель пространства-времени была бы 4 мерной, но евклидовой. В соответствии с опытными фактами константа c оказалась равной скорости света в вакууме (299792458 мс$^{-1}$). Она представляет предельную скорость распространения любого физического сигнала.

Очень часто свойства пространства и времени с учетом конечности скорости распространения сигналов излагают путем введения двух постулатов А. Эйнштейна. Однако если (13) считать за постулат, то никаких других постулатов уже не нужно, а само изложение становится цельным и простым.

Сложность восприятия 4 мерного пространства-времени, определяемого метрикой (13), обусловлена сформировавшимися на основе повседневного опыта представлениями о пространстве и времени и, соответственно, использованием раздельных эталонов для измерения расстояний и промежутков времени. Здесь, по-видимому, уместно напомнить, что в физике при появлении необходимости введения новых представлений не принято разрушать все до основания, а затем заново возводить научное здание. Для такого рода строительства существует принцип, согласно которому все новое должно органично сочетаться со старым, основанным на опыте. В этом случае трехмерное пространство продолжает оставаться евклидовым, но связанным со временем, т.е. отдельно пространственный и временной интервалы утратили свой абсолютный характер, который они имели в ньютоновской механике. Теперь согласно (13) в каждой точке пространства необходимо иметь часы, чтобы можно было определять абсолютный интервал между любыми двумя мировыми точками. Если изначально исходить из (13), то проблемы синхронизации часов в разных пространственных точках нет. Абсолютный интервал может быть времениподобным ($\Delta S^2 > 0$), пространственноподобным ($\Delta S^2 < 0$) и световым ($\Delta S^2 = 0$). Причем это деление не зависит от системы координат.

Само измерение расстояний и промежутков времени остается таким же, как и в механике Ньютона. Промежуток времени измеряется с помощью часов, а расстояние между неподвижными материальными точками – одним из трех способов: путем непосредственного наложения масштабной линейки, триангуляции (измерения расстояний и углов) и локации (измерения времени между отправлением и возвратом сигнала). Измерение интервалов (13) можно свести к измерению промежутков времени, т.е. с помощью только одного эталона.

Действительно, рассмотрим события со времениподобными интервалами ($\Delta S^2 > 0$). Выберем систему координат, в которой $\Delta l'^2 = \Delta x'^2 + \Delta y'^2 + \Delta z'^2 = 0$. В этой системе координат события происходят в одной точке пространства. Тогда $\Delta S^2 = c^2\Delta t^2 - \Delta l^2 = \Delta S'^2 = c^2\Delta t'^2$. Если же интервал между событиями – пространственноподобный ($\Delta S^2 < 0$), то можно выбрать такую систему координат, в которой $\Delta t'^2 = 0$ (одновременные события) и $\Delta S^2 = \Delta S'^2 = -\Delta l'^2$.

Случай изотропного интервала ($\Delta S^2 = c^2\Delta t^2 - \Delta l^2 = 0$) соответствует распространению сигнала, величина скорости которого равна предельной скорости и не зависит от направления: $v = \Delta l/\Delta t = c$. Последнее обстоятельство позволяет использовать электромагнитные волны для измерения расстояний. Более того, с учетом этого факта выбран современный эталон длины – метр – расстояние, проходимое светом в вакууме за 1/299792458 долю секунды. Таким образом, измерение расстояний в пространстве фактически сводится к измерению промежутков времени. Поэтому в релятивистской теории роль параметра, определяющего изменение физических величин, играет интервал между событиями. Скорость этого изменения есть изменение, приходящееся на единицу интервала. В частности, четырехмерная скорость частицы равна $u^i = \Delta x^i/\Delta S$. Однако часто, следуя традиции, в четырехмерных объектах явно выделяют временную и пространственную составляющие.

Из инвариантности интервала легко также найти связь между промежутками времени, прошедшими между событиями, по движущимся часам (Δt_0) со скоростью v и неподвижным (Δt)

$$\Delta t_0 = \Delta t(1 - v^2/c^2)^{1/2}. \tag{14}$$

Аналогично можно получить формулу для сжатия продольной длины движущегося отрезка (Δl) со скоростью v (длина в покое – Δl_0)

$$\Delta l = \Delta l_0(1 - v^2/c^2)^{1/2}. \tag{15}$$

Количественное описание физических явлений часто формулируется с помощью различных уравнений, вид которых не зависит от начальных условий (уравнения Ньютона, Максвелла и т.д.). Для того чтобы физические процессы можно было сравнивать в различных равноправных системах координат, уравнения и функции, удовлетворяющие им, должны оставаться неизменными. Конечно, с формальной точки зрения это можно и не предполагать. Но тогда описание физических явлений было бы разным в эквивалентных системах координат и становилось чрезвычайно сложным. Тем не менее, нет никаких запретов на использование разных допустимых систем отсчета, например, движущихся с ускорением. Однако мы, как и раньше, ограничимся рассмотрением только инерциальных допустимых систем координат. Описание физических явлений в этих системах будет одинаковым, если потребовать только инвариантность формы интервала (13).

Формулу (13) удобно переписать в таком виде

$$\Delta S^2 = g_{ik}\Delta x^i\Delta x^k = g_{00}\Delta x^0 + g_{11}\Delta x^1 + g_{22}\Delta x^2 + g_{33}\Delta x^3. \quad (16)$$

Объект g_{ik} с 16 компонентами называют метрическим тензором. Эти компоненты тензора для физического псевдоевклидового пространства равны: $g_{00} = 1$, $g_{11} = g_{22} = g_{33} = -1$, а остальные двенадцать – нулю. Такую метрику называют диагональной. Обычно при изложении свойств пространства-времени ограничиваются рассмотрением 4 мерных систем координат, для которых метрика только диагональная. Как мы уже отмечали, такие координаты называются галилеевыми. В этих координатах интервал выражается через непосредственно измеримые расстояния. Однако возможны координатные системы общего характера, для которых метрический тензор не является диагональным. Естественно, что преобразованием координат такой тензор можно привести к диагональному виду – пространство остается псевдоевклидовым. Главная же особенность интервала псевдоевклидова пространства состоит в том, что его временная часть входит в него со знаком плюс, а пространственная – со знаком минус. Поэтому для допустимых координатных систем необходимо, чтобы $g_{00} > 0$, а пространственная квадратичная форма была отрицательной – $g_{ik}\Delta x^i\Delta x^k < 0$, i, k = 1, 2, 3.

Вернемся снова к галилеевым системам координат. Преобразования таких координат, оставляющих форминвариантным интервал (13), т.е. расстояние между двумя точками в 4 мерном псевдоевклидовом пространстве, являются поворотами и/или трансляциями. Среди них присутствуют уже обсужденные пространственные повороты, сдвиги пространственных координат и времени. Однако при этом появляются новые повороты (гиперболические повороты), затрагивающие время и пространственные координаты. Эти повороты дают связь координат и времени в разных галилеевых инерциальных системах отсчета (преобразование Лоренца, скорость $\mathbf{V}_0$ направлена вдоль оси x′)

$$x' = \gamma[x + V_0t],\ \ t' = \gamma[t + V_0x /c^2],\ y' = y,\ z' = z,\ \gamma = 1/(1 - V_0^2/c^2)^{1/2}. \quad (17)$$

В случае произвольного направления скорости это преобразование имеет вид

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} + (\gamma - 1)\mathbf{V}_0(\mathbf{V}_0\mathbf{r})/V_0^2 + \gamma\mathbf{V}_0t,\ \ t' = \gamma[t + \mathbf{V}_0\mathbf{r}/c^2]. \quad (17')$$

Следовательно, переход к другой системе отсчета – это выбор новых координат в 4 мерном пространстве-времени. Еще раз отметим, что для описания физических явлений можно применять допустимые негалилеевы (обобщенные) инерциальные системы координат, а также и неинерциальные системы отсчета. Если предельную скорость распространения физических сигналов формально устремить к бесконечности (скорость движения материальной точки много меньше c), то связь между пространством и временем разрывается, и их свойства приобретают абсолютный характер. При этом преобразования Лоренца переходят в преобразования Галилея. Эти свойства мы уже обсуждали при рассмотрении нерелятивистского движения материальной точки.

Итак, протекание физических процессов с учетом конечности скорости распространения взаимодействий происходит в псевдоевклидовом пространстве-времени с метрикой (13). Форминвариантность интервала относительно различных систем координат делает одинаковым их течение в соответствующих допустимых системах координат.

С точки зрения приобретенных навыков и образов мышления в механике Ньютона релятивистское описание физических процессов выглядит более сложным. Усложнение происходит из-за 4 мерного пространства-времени. Теперь приходится рассматривать 4-векторы (4-тензоры). Кроме того, нужно различать ковариантные и контравариантные векторы (тензоры). Различие между ними можно понять, если рассмотреть, например, вектор на плоскости в косоугольной системе координат. Координаты этого вектора можно задать двумя способами: с помощью проведения перпендикуляров из точки на координатные оси или параллельных прямых этим осям. Естественно, что определенные таким образом координаты преобразуются различным способом. Одни координаты можно назвать ковариантными, а другие – контравариантными; в прямоугольной декартовой системе координат различие между ними исчезает. В псевдоевклидовом пространстве переход от контравариантных (с верхними индексами) к ковариантным (с нижними) 4-векторам или обратно осуществляется с помощью метрического тензора – на жаргоне – опускание или поднятие координатных индексов.

В качестве примера релятивистского описания приведем уравнение Ньютона для равноускоренного движения материальной точки с учетом конечной скорости распространения взаимодействия. Для этой цели надо вводить 4-векторы скорости, ускорения и силы. Однако мы этого делать не будем, а получим необходимое уравнение на “пальцах” с сохранением привычных для читателя трехмерных обозначений.

В механике Ньютона уравнение движения материальной точки под действием постоянной **F** силы имеет вид

$$\Delta\mathbf{p}/\Delta t = \mathbf{F}. \tag{18}$$

Переход к релятивистскому уравнению можно осуществить путем подстановки в (18) релятивистского выражения для импульса частицы с массой покоя m_0

$$\mathbf{p} = m_0\mathbf{v}/(1 - v^2/c^2)^{1/2}. \tag{19}$$

В результате получаем необходимое уравнение

$$m_0\Delta[\mathbf{v}/(1 - v^2/c^2)^{1/2}]/\Delta t = \mathbf{F}. \tag{20}$$

Если в этом уравнении пренебречь членом v^2/c^2, то оно переходит в уравнение (18), т.е. описание движения материальной точки при бесконечной скорости распространения взаимодействия является предельным случаем описания с конечной скоростью или описания движения в псевдоевклидовом пространстве. С помощью математических манипуляций уравнение (20) можно переписать иначе

$$m_0\Delta\mathbf{v}/\Delta t = [\mathbf{F} - \mathbf{v}(\mathbf{F}\mathbf{v})/c^2](1 - v^2/c^2)^{1/2}. \tag{21}$$

Это уравнение отличается от (18) тем, что правая часть – сила зависит от скорости частицы. Очевидно, что в релятивистской механике, в отличие от механики Ньютона, уже нельзя трактовать силу, как имеющую характер притяжения или отталкивания.

Из уравнения (20) легко получить связь между скоростью и ускорением. Если обозначить $\mathbf{F}/m_0 = \mathbf{a}$ и считать скорость нулевой при $t = 0$, то

$$\mathbf{v} = \mathbf{a}t/(1 + a^2t^2/c^2)^{1/2}. \tag{22}$$

В свою очередь (22) позволяет найти зависимость от времени координат материальной точки при релятивистском равноускоренном движении. Особенно просто эта зависимость выглядит при движении частицы вдоль одной из осей координат, например x, с начальным нулевым значением

$$x = (c^2/a)[(1 + a^2t^2/c^2)^{1/2} - 1]. \tag{23}$$

Наконец, с помощью формул (14) и (22) можно пояснить парадокс часов – отставание движущихся часов при их сравнении с показаниями неподвижных часов в одной точке пространства. Для этой цели рассмотрим галилееву инерциальную систему координат, в начале которой находятся двое одинаковых часов. Пусть в момент $t = t' = 0$ одни часы начинают двигаться равноускоренно вдоль оси x с величиной ускорения a. Равноускоренное движение продолжается в течение промежутка времени t_1 по показаниям первых неподвижных часов. За это время величина скорости вторых часов согласно (22) достигнет значения $V = at_1/(1 + a^2t_1^2/c^2)^{1/2}$. Далее, в течение отрезка времени t_2 вторые часы пусть движутся равномерно. Затем они замедляются до нулевой скорости за время t_1. Этот процесс повторяется в обратном направлении. Вторые часы возвращаются в начало координат и их показания сравниваются с показаниями первых неподвижных часов. Суммарное время движения вторых часов будет составлять по показаниям неподвижных и двигавшихся часов соответственно $T = 4t_1 + 2t_2$ и $T' = 4t'_1 + 2t'_2$.

При движении часов с постоянной скоростью V связь промежутков времени t_2 и t'_2 определяется выражением $t'_2 = t_2(1 - V^2/c^2)^{1/2}$ в соответствии с формулой (14). Связь же отрезков времени t_1 и t'_1 можно установить, полагая в каждый момент времени t ускоренное движение часов как движение с постоянной скоростью $v(t) = at/(1 + a^2t^2/c^2)^{1/2}$. В этом случае для выражения бесконечно малых интервалов времени Δt и $\Delta t'_1$ друг через друга можно снова использовать формулу (14): $\Delta t'_1 = \Delta t/(1 + a^2t^2/c^2)^{1/2}$. Суммированием (интегрированием) этого соотношения по временному интервалу t_1, получаем необходимую связь между промежутками времени: $t'_1 = [ct_1(1 - V^2/c^2)^{1/2}/2V]\ln[(1 + V/c)/(1 - V/c)]$. Таким образом, разность показаний $\Delta T = T' - T$ двигавшихся и неподвижных часов можно представить в виде

$$\Delta T = 4t_1\{[c(1 - V^2/c^2)^{1/2}/2V]\ln[(1 + V/c)/(1 - V/c)] - 1\} + 2t_2[(1 - V^2/c^2)^{1/2} - 1]. \tag{24}$$

При любых положительных значениях параметров V (или a), t_1 и t_2 это выражение отрицательно, т.е. двигавшиеся часы отстали от неподвижных.

Сравнение показаний часов можно осуществить и в неинерциальной системе координат, связанной со вторыми часами. Результат оказывается тем же самым. Это означает, что отставание часов, двигавшихся с ускорением относительно инерциальных часов, не зависит от выбора системы координат и носит абсолютный характер.

Представлениям о пространстве и времени с учетом конечности скорости распространения взаимодействий скоро исполнится сто лет. Они были предложены в работах выдающихся ученых Г. Лоренца, А. Эйнштейна, А. Пуанкаре и Г. Минковского. Однако и по сей день, существуют критики этих понятий. К сожалению, часто критика находится на уровне высказывания “этого не может быть, поскольку так вообще не может быть”. В связи с этим физическое отделение Российской академии наук перестало даже реагировать на критику такого рода. Конечно, это не означает, что классики физической науки против критического анализа тех или иных физических понятий. Просто эти представления уже столько раз подвергались логической и экспериментальной проверке, что давно рассеяны все сомнения; они стали, в некотором роде, рутинными понятиями.

Современные мощные ускорители нельзя спроектировать и, тем более, заставить функционировать без учета конечности скорости распространения взаимодействий. Кроме того, планирование экспериментов по рассеянию частиц на ускорителях основано на понятиях релятивистской механики. Для этих целей широко используется релятивистская кинематика, которая является прямым следствием 4 мерных представлений о пространстве и времени и его псевдоевклидовой метрики. Предпринималось много проверок этих следствий. В качестве одного из характерных примеров можно указать на релятивистскую зависимость времени пролета нестабильных частиц от скорости в лабораторной системе координат. Время жизни нестабильной частицы в связанной с ней системе координат (Δt_0) можно рассматривать как часы, показания которых сравниваются с часами в лабораторной системе координат (Δt). Связь этих времен жизни частицы прекрасно согласуется с формулой (14). Естественно, можно указать и другие эксперименты, свидетельствующие о псевдоевклидовом характере пространства-времени.

Тем не менее, у критически настроенного читателя может возникнуть вопрос: “Почему же, несмотря на столетнее существование представлений о псевдоевклидовом пространстве, все-таки находятся противники этих понятий?“. Ответ может быть разным. Однако, по нашему мнению, ответить можно следующим образом. Во-первых, никому не возбраняется выдумывать порох неподмокаемый. Конечно, при этом не следует каждый раз бежать и этот порох сушить. Во-вторых, противники часто ведут спор вокруг преобразований Галилея (10−11). При этом речь идет о возможности использования этих преобразований для описания физических явлений. По существу, критика основана, скорее, на недоразумении.

Как уже отмечалось, традиционное изложение свойств пространства и времени с учетом конечности скорости распространения взаимодействий основано на двух постулатах А. Эйнштейна и на анализе относительности пространственных интервалов и временных промежутков, т.е. на выводе формул (14−15). Очевидно, в этом случае рассматриваются непосредственно измеримые координаты и время, т.е. физические или галилеевы координаты, а негалилеевы системы координат обычно не обсуждаются. Поэтому, если в преобразованиях (10−11) считать физическими как штрихованные, так и нештрихованные координаты, то для перехода к другим галилеевым координатам преобразование (10−11) применять нельзя. Их аналогом в такой ситуации является преобразование Лоренца (17). Однако если же преобразование Галилея рассматривать как переход от галилеевых к негалилеевым координатам, то новую систему координат, полученную преобразованием (10−11), можно использовать для описания физических явлений.

Пусть для определенности в преобразованиях (10−11) штрихованные координаты являются негалилеевыми. Тогда, подставляя (10−11) (при скорости $\mathbf{V}_0$ вдоль оси x') в (13), получим

$$\Delta S^2 = c^2[\Delta t'/\gamma + \gamma V_0\Delta x'/c^2]^2 - \gamma^2\Delta x'^2 - \Delta y'^2 - \Delta z'^2. \tag{25}$$

Это выражение для интервала легко сделать диагональным. Для этой цели надо ввести новое время – $[t'/\gamma + \gamma V_0 x'/c^2]$ и новую координату – $\gamma x'$. Следовательно, преобразование Галилея является допустимым. Кстати, комбинация этих двух преобразований дает преобразование Лоренца – второе преобразование вновь вводит галилеевы координаты. В негалилеевых системах координат скорость света зависит от направления, не всегда можно синхронизировать часы. Однако все это не является препятствием для их использования. Переход от одной к другой негалилеевой инерциальной системе координат осуществляется обобщенным преобразованием Лоренца [1], из которого следует обычное преобразование Лоренца, справедливое для связи галилеевых систем координат. Если при этом необходимо использовать непосредственно измеримые физические величины, то надо сделать переход от негалилеевых к галилеевым физическим величинам. Этот переход осуществляется с учетом компонент метрического тензора.

ОДНОРОДНОСТЬ ВРЕМЕНИ И ПРОСТРАНСТВА. ИЗОТРОПИЯ ПРОСТРАНСТВА

Однородность физического пространства-времени фактически следует из его постулированной псевдоевклидовой метрики. Компоненты метрического тензора не зависят от координат мировых точек. Причем метрика в любой части физического пространства-времени всегда диагональная. По значению интервала (13) нельзя определить к какой части 4-пространства он относится. Однако не следует смешивать диагональную метрику физического 4-пространства с метрикой системы координат, которая может быть недиагональной, но всегда приводимой к диагональному виду. Если используется система координат, метрический тензор которой не приводится к диагональной форме (13), то это означает, что искусственно введено другое пространство. Естественно, что такие системы координат использовать нельзя. Пространство всегда должно оставаться псевдоевклидовым. С этой точки зрения даже излишне требовать инвариантность формы интервала (13). При рассмотрении физических процессов в псевдоевклидовом пространстве форминвариантность интервала фактически всегда имеет место.

Однородность псевдоевклидового пространства можно рассматривать по отдельности как однородность и изотропность трехмерного пространства, так и однородность времени. Действительно, форминвариантность интервала (13) относительно различных систем координат связана с поворотами в псевдоевклидовом пространстве, которые распадаются на повороты и трансляции в трехмерном пространстве, трансляции времени и гиперболические повороты, затрагивающие время и трехмерные координаты. Это трактуется как равноправие точек и направлений трехмерного пространства, точек и моментов времени и инерциальных систем отсчета [2].

Однородность времени и пространства приводит к законам сохранения энергии и импульса, а изотропия пространства – углового момента. Однако свойства однородности пространства и времени используются и в другом аспекте. Мы уже подчеркивали опытный характер физических законов. Описание одних и тех же физических явлений может осуществляться в разное время и в разных местах пространства. Свойства однородности пространства и времени позволяют сравнивать эти экспериментальные результаты.

ЗЕРКАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ КООРДИНАТ

Систему координат, получаемую с помощью преобразования $\mathbf{r}' = -\mathbf{r}$, $t' = t$, называют зеркальной. В ней, как и в зеркале, правый поворот заменяется левым и наоборот. Очевидно, что это преобразование не меняет интервал (13), а также по отдельности расстояние между точками в трехмерном пространстве и промежуток времени. Из предыдущего обсуждения следует, что физические процессы должны протекать одинаковым образом в обоих системах координат. Это казалось столь естественным, что если бы кто-то сказал, что это не так, то вряд ли с ним стали обсуждать эту тему. Однако в 1956 году экспериментально обнаружили, что эти системы координат не равноправны. Неравноправие проявляется не для всех взаимодействий, а только для слабых, примером которых могут служить распады нестабильных частиц. Правда, стрессовая ситуация в физике продолжалось недолго. Классики быстро восстановили равноправие, предложив использовать дополнительно зарядовое преобразование (C), т.е. изменить знаки зарядов у частиц. Говорят, что выдающийся физик Р. Фейнман, получив об этом известие, пустился танцевать. Восстановленная идиллия продолжалась до 1964 года, когда при исследовании распада нейтральных K-мезонов вновь было обнаружено уже неравноправие координатных систем $\mathbf{r}' = -\mathbf{r}$, $t' = t$, частица-античастица. Теперь для восстановления эквивалентности этих систем координат нужно было изменить знак у времени: $t' = -t$ (T-преобразование). Комбинацию этих трех преобразований принято называть CPT-преобразованием. Детальное обсуждение проблем CPT-преобразования выходит за рамки данной статьи. Подчеркнем только, что необходимость комбинировать C-, P- и T-преобразование при переходе к зеркальной системе координат связана с наличием у частиц изменяющихся при этом физических характеристик.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Если принять во внимание конечность скорости распространения физических сигналов и не учитывать влияние вещества и полей на свойства пространства и времени, то физическое 4-пространство можно считать псевдоевклидовым с расстоянием между мировыми точками, определяемым формулой (13). Физические процессы протекают в этом однородном пространстве-времени. Никаких дополнительных постулатов при этом вводить не надо. При скоростях частиц, малых по сравнению со скоростью света в вакууме, трехмерное евклидово пространство и время можно трактовать раздельно с абсолютным значением пространственных и временных отрезков.

В настоящее время продолжаются поиски новых свойств пространства и времени. В частности, выдвигаются гипотезы существовании фундаментальной длины. При наличии такой длины говорить о пространственных отношениях на расстояниях, меньших этой длины, уже нельзя. Рассматриваются также размерности пространства-времени больше четырех. “Лишние” координаты при обычных условиях не проявляются (компактифицируются). Но все это лежит вне обсуждаемой темы.

Литература

1. *Логунов А.А.* Основы теории относительности. М., МГУ, 1982. – 114 с.
2. *Фок В.А.* Теория пространства, времени и тяготения. М., 1955. – 504 с.

Space, time and motion

V.I. Chizhikov, L.F. Dobro

Modern physical concept of space and time is discussed.

