

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МАШИН УПРАВЛЯЮЩЕГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

А.Р. Мамий, С.В. Поляков

Адыгейский государственный университет, Майкоп

Приводится расчет механической модели машины управляющего воздействия.

В настоящее время в спорте для достижения наибольшего тренировочного эффекта применяют тренажеры. Однако большинство спортивных тренажеров не позволяют менять характер нагрузки. Это необходимо для изменения условия тренировок спортсменов высокой квалификации и для создания предметной управляющей среды для спортсменов низкой квалификации. С помощью такой управляющей среды можно поставить тренирующегося низкой квалификации в условия тренировки спортсмена высокой квалификации. Таким образом, реализуется один из принципов обучения — принцип наглядности [6]. С целью решения этой проблемы были изобретены и апробированы во множестве педагогических экспериментов машины управляющего воздействия [8]. Создание математической модели такой машины позволит не только понять принцип ее действия, предсказать «поведение» системы, но и выделить такие характеристики движения, которые не поддаются непосредственному измерению, например, изменение импульса тела спортсмена.

Для решения поставленных задач были привлечены сведения из теоретической механики и применен численный метод вейвлет-анализа, дающий в данном случае сравнительно хорошие результаты, а также была проведена серия опытов с использованием контрольно-измерительной аппаратуры и составлена программа для расчета графиков силы.

Под словами «Машина управляющего воздействия» нужно понимать целый комплекс механических и электронных средств, предназначенный для «оптимизации, повышения эффективности действий педагогов и спортсменов в процессе обучения и совершенствования двигательных действий». [8] Такие машины наряду с регистрацией и предоставлением оперативной информации о биомеханических параметрах движения, осуществляют функцию управления за счет непрерывно изменяющегося внешнего силового воздействия.

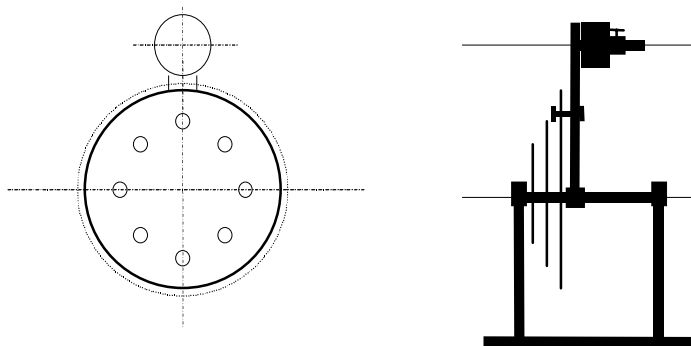


Рис. 1. Узел переменного сопротивления.

В ряду машин управляющего воздействия наиболее выделяются машины, созданные Ю.Т. Черкесовым, как наиболее универсальные и простые в изготовлении. Это уже упоминавшаяся выше машина управляющего воздействия для тяжелоатлетических и прыжковых упражнений, машина управляющего воздействия для толкателей ядра и машина управляющего воздействия для сгибания и разгибания рук в висе и упоре. Основным техническим новшеством в них является «узел переменного сопротивления» (УПС), состоящий из трех ведомых звездочек разного диаметра (Рис. 1.) и рычага с грузом, закрепляемого под разными углами. С помощью такого узла можно изменять силу взаи-

модействия сцепленного с УПС через цепную передачу снаряда (штанги, ядра, пояса для сгибания и разгибания рук) с опорой или подвесом.

Построим математическую модель машины управляющего воздействия для обучения штангистов, как наиболее универсальной из трех перечисленных.

На штангу массой m_1 действует сила тяжести $m_1 \vec{g}$, сила натяжения цепи \vec{T} и сила со стороны спортсмена \vec{F} (рис.2). На систему звездочка — рычаг при обходе против часовой стрелки действуют моменты сил:

момент силы натяжения цепи $-TR$,

момент силы тяжести груза $M_2 = -m_2 gl \cos \varphi$,

момент силы тяжести рычага $M_3 = -m_3 g \frac{l}{2} \cos \varphi$.

Момент инерции груза $I_2 = m_2(l^2 + r^2 / 2)$.

Момент инерции рычага $I_3 = m_3 l^2 / 3$.

Момент инерции звездочек $I_4 = (m_{41} R_1^2 + m_{42} R_2^2 + m_{43} R_3^2) / 2$,

где R_1, R_2, R_3 — радиусы трех звездочек и m_{41}, m_{42}, m_{43} — их массы. Зависимость угла φ , отсчитываемого от горизонтали против часовой стрелки от положения штанги: $\varphi = \varphi_0 + \frac{y - y_0}{R}$,

где R — один из радиусов R_1, R_2, R_3 , на который накинута цепь [5].

Запишем систему уравнений для УПС и штанги, исходя из второго закона Ньютона:

$$-TR - gl \cos \varphi (m_2 + m_3 / 2) = \\ = [m_2(l^2 + r^2 / 2) + m_3 l^2 / 3 + (m_{41} R_1^2 + m_{42} R_2^2 + m_{43} R_3^2) / 2] \varepsilon,$$

$$F = m_1 a + m_1 g - T$$

где ε — угловое ускорение звездочки, $\varepsilon = a / R$, a — ускорение штанги. Отсюда

$$F = m_1 a + m_1 g + \frac{gl}{R} \left(m_2 + \frac{m_3}{2} \right) \cos \left(\varphi_0 + \frac{y - y_0}{R} \right) + \\ + \left[m_2 \left(l^2 + \frac{r^2}{2} \right) + \frac{m_3 l^2}{2} + \frac{(m_{41} R_1^2 + m_{42} R_2^2 + m_{43} R_3^2)}{2} \right] \frac{a}{R^2}.$$

Обозначим:

$$A = m_1 + \left[m_2 \left(l^2 + \frac{r^2}{2} \right) + \frac{m_3 l^2}{2} + \frac{(m_{41} R_1^2 + m_{42} R_2^2 + m_{43} R_3^2)}{2} \right] \frac{1}{R^2},$$

$$B = \frac{gl}{R} \left(m_2 + \frac{m_3}{2} \right), \quad C = m_1 g,$$

$$\alpha_0 = \varphi_0 - \frac{y_0}{R}, \quad k = \frac{1}{R},$$

тогда уравнение примет вид

$$Ay'' + B \cos(\alpha_0 + ky) + c = F.$$

В этом уравнении y — величина, измеряемая на опыте и представляемая в виде таблицы значений. Так как кроме самого значения y в уравнение входит и его вторая производная, то необходимо применять численные методы для нахождения вида функции $F(y)$.

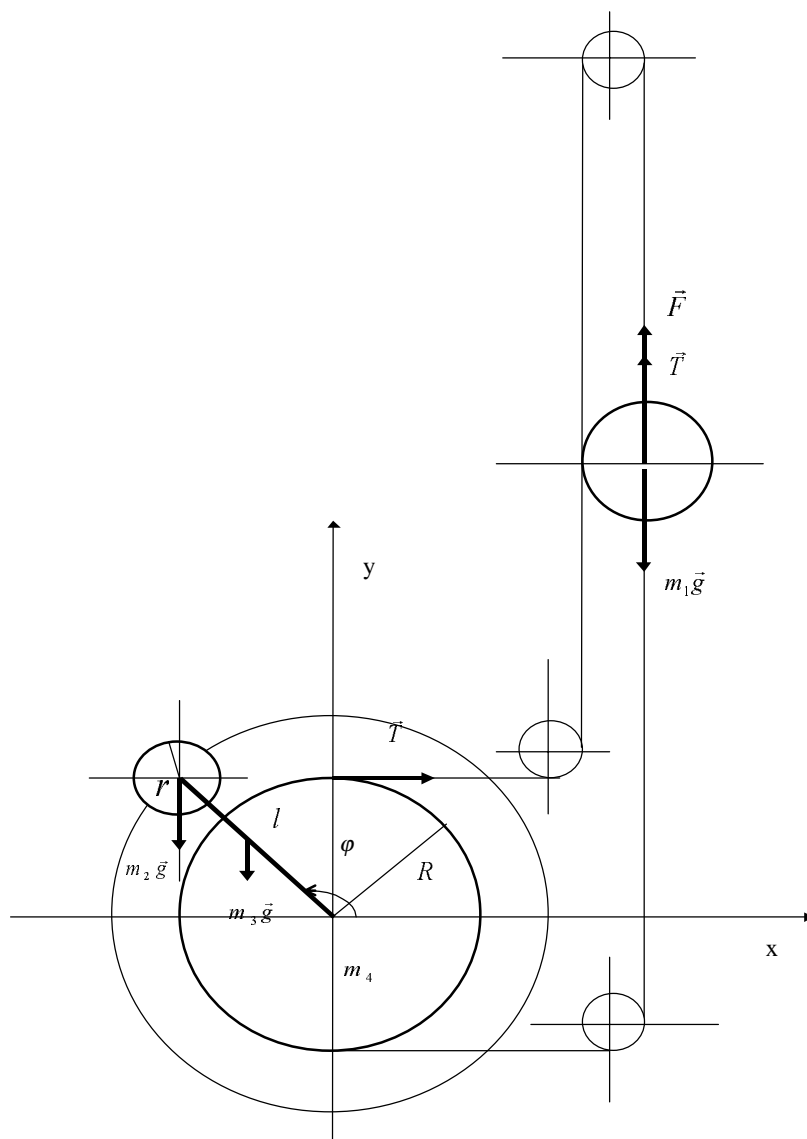


Рис. 2. Модель машины управляющего воздействия.

В результате проделанной работы были получены следующие результаты:

- 1) с использованием методов математической физики построена математическая модель узла переменного сопротивления — основного управляющего звена в машинах управляющего воздействия;
- 2) на основе математической модели создана компьютерная программа для расчета динамических параметров узла переменного сопротивления, использующая метод численного дифференцирования с использованием Фурье–[2, 3, 7] и вейвлет–анализа [1];

Кроме поставленных задач была решена задача численного дифференцирования таблично–дискретно заданной функции, что позволило не только решить практические задачи определения производных таких функций, но и освоить возможности мощного метода вейвлет–анализа.

Литература

1. Астафьева Н. М. Вейвлет–анализ: основы теории и примеры применения. //УФН т. 166, №11 (ноябрь 1996).
2. Жевержеев В. Ф., Кальницкий Л. А., Сапогов Н. А. Специальный курс высшей математики для вузов. — М.: «Высшая школа», 1970.
3. Заварыкин В. М. Житомирский В. Г. Ланчик М. П. Численные методы. — М.: Просвещение, 1990.

4. *Иванов В. В.* Комплексный контроль в подготовке спортсменов. — М.: Физкультура и спорт, 1987.
5. *Космодемьянский А. А.* Курс теоретической механики. — М.: Учпедгиз, 1955.
6. Педагогика: Учеб. пособие для студентов пед. ин-тов / Ю. К. Бабанский, В. А. Сластенин, Н. А. Сорокин и др.; Под ред. Ю. К. Бабанского. — М.: Просвещение, 1988.
7. *Самарский А. А., Гулин А. В.* Численные методы. — М.: Наука, 1989.
8. *Черкесов Ю. Т.* Машины управляющего воздействия и спорт. — Майкоп: Издательство Адыгейского государственного университета, 1993.

Mathematical modeling of machine of operating force

A.R. Mami, S.V. Polyakov

The mechanic model of machine of operating force is calculated.